

عبد العزيز شرابي

جامعة قسنطينة

طرق إحصائية

للتوقع الاقتصادي



ديوان المطبوعات الجامعية

الساحة المركزية - بن عكنون - الجزائر

فلسفة المجتمع (1) - 1

في فلسفة المجتمع (1) - 1

© ديوان المطبوعات الجامعية 05 - 2000

رقم النشر: 4.01.4423

رقم ر.د.م.ك (ISBN) 9961.0.0473.6

رقم الإيداع القانوني: 2000/356

إلى أمي

مقدمة

يتناول هذا الكتاب إحدى الموضوعات الهامة جدا في عصرنا، معرفة المستويات المستقبلية للظواهر الإقتصادية من أجل إتخاذ قرارات في الحاضر. سعي الإنسان لمعرفة المستقبل ليس وليد عصرنا، في حين لم يبلغ هذه الدرجة من الأهمية والإتساع مثل ما هو الآن. والمعرفة المستقبلية للظواهر الإقتصادية والإجتماعية تشغل باستمرار حيزا خاصا وتفرض نفسها كفرع علمي مستقل.

إن الميزة الأساسية للمعرفة المستقبلية بالظواهر الإقتصادية والإجتماعية يتمثل في إرتفاع درجة عدم اليقين، وذلك لا يرتبط فقط بنقص معرفة الإنسان بالقواعد التي تحكم سيرورة تطور هذه الظواهر وعدم المعرفة الدقيقة لعلاقات السبب-النتيجة داخلها، ولكن السبب يكمن أيضا في الطابع الداخلي والجوهري لهذه الظواهر. ونظرا لارتفاع درجة عدم اليقين في سيرورة تطور هذه الظواهر فإننا كثيرا مانصادف إختلاف وعدم تطابق التوقعات والتنبؤات التي يقدمها لنا أخصائيون مختلفون حول ظاهرة معينة، وذلك بسبب الإعتماد على تفعيل خبراتهم، والقدرة على ذلك ليست واحدة عند الجميع، وهنا يكمن مصدر إختلاف نتائج التوقعات والتنبؤات ومنه ينبغي الإقرار بأن المعرفة المستقبلية تقع في مكان ما بين العلم والفن.

إن المعرفة المستقبلية موضوع بالغ الأهمية، سواء على مستوى الدولة أو على مستوى المؤسسات والشركات. فالتوقعات الخاصة بالبطالة ومعدلات التشغيل والأرقام القياسية للسلع الإستهلاكية والأسعالية ومستويات أسعار السلع التصديرية والمستوردة وأسعار العملات وغيرها من المؤشرات، كلها عناصر أساسية تمكن الدولة من رسم وتوجيه السياسات لتحسين الأوضاع الإقتصادية والإجتماعية للسكان في

داخل البلاد وتعزيز المكانة الإقتصادية والسياسية للدولة تجاه الخارج.

أما على مستوى المؤسسات والشركات فإن الدراسة المستقبلية للسوق وتغير المحيط والتعرف على قدرة المنافسين الموجودين والمحتملين كلها مسائل مركزية بالنسبة للمؤسسات. وفقط بممارسة التوقع والتنبؤ يمكن للمؤسسة أن ترفع من قدرتها التنافسية وتضمن بقاءها، وذلك عن طريق إستغلال نتائج التوقع والتنبؤ كمدخل لتحديد سياسات الإنتاج وتحديد الأسعار وحجم العمالة والمخزونات وغيرها.

والذي شجعنا أكثر على بذل هذا الجهد هو قيامنا بتدريس مادة هذا الكتاب للسنة الأولى ماجستير في العلوم الإقتصادية، فرع إدارة الأعمال، دفعتي 1992 و1993 بجامعة قسنطينة وللسنة الأولى ماجستير في العلوم الإقتصادية، فرع النقد والتمويل، دفعة 1994 بجامعة عنابة، وكذا للدراسات العليا المتخصصة في تسيير المؤسسات بجامعة قسنطينة سنة 1996. وقد لاحظنا إهتمام الطلبة وتفاعلهم مع المادة.

لقد حاولنا أن يكون هذا العمل في مستوى الدراسات العليا، علوم إقتصادية وفي نفس الوقت في متناول رجال الأعمال والقائمون على إدارة المؤسسات. لذلك فقد إعتمدنا أسلوبا سهلا وتجنبنا الخوض كثيرا في الجوانب الرياضية والإكتفاء بذكر المراجع عند الضرورة لمن يرغب في المزيد من التعمق في بعض الجوانب الفنية. لقد إعتمدنا على أسلوب تقديم الأمثلة مباشرة بعد عرض التقنية حتى يتمكن القارئ من الفهم. ورغم ذلك فإن القارئ يحتاج للإلمام المسبق بمبادئ الإحصاء خاصة مقاييس التشتت والنزعة المركزية والإختبارات الإحصائية وأيضا المبادئ الأولية لجبر المصفوفات.

أما عن خطة الكتاب فقد كانت كالتالي : في الفصل الأول وتحت عنوان :
بعض المفاهيم الأساسية في التوقع بالظواهر الإقتصادية والإجتماعية، إستعرضنا فيه
بعض المفاهيم الأساسية : التقدير، التوقع، التنبؤ، التخطيط. والأهم هنا هو تحديد
مفهوم واضح للتوقع، والذي يعني بالمسائل الكمية ويعتمد على الطرق والنماذج
الإحصائية، بينما التنبؤ يعني بالمسائل الكيفية ويعتمد على الحدس وتقديرات
الخبراء. وفي هذا الفصل تم التطرق إلى مسألة تصنيف تقنيات التوقع وهنا تم
إقتراح تصنيف جديد : تقنيات التوقع بفترة زمنية واحدة وتقنيات التوقع بعدة فترات
زمنية. وفي هذا الفصل حددنا منهجية لاختيار وتقييم تقنيات التوقع.
ولما كانت جميع تقنيات التوقع تعتمد على السلاسل الزمنية ونظرا لقلّة
المراجع التي تتعرض لموضوع السلاسل الزمنية بالشكل اللازم والمناسب لفهم تقنيات
التوقع فقد خصصنا الفصل الثاني كاملا للتعريف بالسلاسل الزمنية وأهم خصائصها
والمؤشرات الأساسية الخاصة بها.
أما الفصل الثالث فقد خصص لتقنيات التوقع بفترة زمنية واحدة، ورغم
عددها الكبير فقد إقتصرنّا على أهمها وأكثرها شيوعا في الإستعمال والتي تشكل
أساسا لباقي التقنيات. معتمدين في ذلك على شرح التقنية وإعطاء مثال، مع
خلاصة حول التقنية، تتضمن ميزات ونقائص التقنية والتمهيد للتقنية الموالية.
وفي الفصل الرابع والأخير تناولنا أهم التقنيات المستعملة في التوقع بأكثر
من فترة زمنية واحدة، معادلة الإتجاه وأسلوب الإنحدار والإرتباط، كما عرضنا في
الأخير أسلوب تقديرات الخبراء باعتباره أحد الأساليب الهامة للتنبؤ.
وفي النهاية نؤكد على أن هناك أكثر من 150 تقنية للتوقع في الوقت الحاضر

وما التقنيات التي تناولناها سوى القليل منها ولكنها الأساس في تقديرنا لفهم واستعمال باقي التقنيات.

ينبغي الإشارة إلى ضرورة التدريب على إستخدام الحاسوب الذي أضحى ضروريا لما يقدمه من سهولة في حفظ المعلومات وتنفيذ العمليات الحسابية. نتمنى أن نكون قد ساهمنا ولو بقليل في تذليل معاناة الباحث والمسير من قلة المراجع العملية في هذا الموضوع خاصة باللغة العربية. وسنكون شاكرين لكل من تقدم بملاحظات أو إقتراحات بناءة بهدف إثراء هذا العمل وتحسينه مستقبلا.

عبد العزيز شوابي

الفصل الأول : بعض المفاهيم الأساسية في التوقع بالظواهر الاقتصادية والاجتماعية

1 - 1 - المفاهيم الأساسية

نظرا لقلّة الأبحاث باللغة العربية حول المستقبل فقد ظلت المفاهيم الأساسية المتعلقة بهذا المجال المعرفي غير مميزة ولا زالت تستعمل كلمة «التنبؤ» للدلالة عن أية معرفة عن المستقبل، بينما هناك تمييز واضح في اللغات الحية الأخرى بين مجموعة من المفاهيم تتعلق بموضوع المعرفة المستقبلية وتحمل مضامين محددة. هذا التمييز بين المفاهيم ضروري لكسب وإرساء معارف علمية في مجال الدراسات المستقبلية، وفيما يلي تعريف وجيز بتلك المفاهيم [1 ص 61 - 70].

1 - 1 - 1 - التقدير ESTIMATION

هي عملية إدراك الواقع وصياغته في شكل نموذج رياضي-إحصائي، يوضح العلاقة السببية أو الارتباطية بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع، وعادة ما يأخذ هذا النموذج الشكل التالي :

$$Y = f(X_1, X_2, X_3, \dots) + U$$

حيث y هي الظاهرة المدروسة، معدل النمو الإقتصادي مثلا، أما المتغيرات المستقلة X_1, X_2, X_3, \dots فهي المتغيرات النظامية التي نعتقد أنها تفسر وتحكم الظاهرة y ، مثل حجم الاستثمارات، نمو الإنتاجية، معدل نمو السكان وغيرها. هذه الدالة -النموذج- قد تأخذ أشكالا مختلفة فقد تكون خطية أو أسية أولوغارتمية أو مثلثية عندما يتعلق الأمر بدراسة الظواهر الموسمية والدورية. أما U فهي قيمة عشوائية تعبر عن :

- 1 - أخطاء القياس وأخطاء المعلومات المدخلة في النموذج.
- 2 - المتغيرات التي لم تأخذ بالإعتبار في النموذج لسبب أو لآخر.
- 3 - الفرق بين الشكل الحقيقي للعلاقة والشكل الرياضي الذي تبناه واضع النموذج.

4 - عوامل عشوائية قد تحدث وقد لا تحدث.

إن وجود القيمة العشوائية U في النموذج مهما كانت صغيرة هي التي تعطي الطابع الإحصائي للدالة، بحيث مهما اجتهد الباحث في إدراج كل العوامل المفسرة للظاهرة المدروسة في النموذج فإن هناك دوما مجال لعوامل عشوائية يظهر تأثيرها من حين إلى آخر.

فمثلا عملية تقدير العلاقة الارتباطية بين المحصول الزراعي كمتابع والعوامل المفسرة له مثل كمية الأمطار المتساقطة، كمية الأسمدة الكيميائية المستعملة... الخ، فإنه يبقى هناك دوما مجال لعوامل عشوائية قد تحدث وقد لا تحدث مثل هبوب رياح عاتية تتلف المحصول الزراعي أو اجتياح الجراد للحقول المزروعة وبالتالي إتلاف محاصيلها.

كما أن التقدير يمكن أن يعني صياغة العلاقة التي تربط ظاهرة معينة بالزمن، هذه العلاقة يمكن كتابتها كالتالي :

$$Y = f(t) + U$$

حيث t هو الزمن، وقد تأخذ هذه العلاقة أيضا الشكل الخطي أو الأسّي أو اللوغارتمي أو المثلثي مثلما قلنا سابقا، كما أن U هنا لها نفس المعنى السابق. في الأخير يمكن القول أن التقدير هو عملية تحويل المعارف اللفظية إلى الصياغة الرياضية.

1 - 1 - 2 - التوقع PREVISION

يعتمد التوقع على النموذج الناتج عن عملية التقدير، وبالتالي فإن التوقع يعني الحصول على المستويات المستقبلية للظاهرة المدروسة، وذلك يتم بإحلال قيم مفترضة محل المتغيرات التفسيرية في النموذج، ثم حساب قيمة الظاهرة في الفترة المستقبلية، وعادة ماتعطى هذه القيمة المستقبلية في شكل قيمة وسطى ضمن مجال معين.

إن عملية التوقع تقوم على الفروض التالية :

1 - النموذج المعتمد يطابق الواقع إلى حد كبير.

2 - الظروف والشروط العامة المحيطة بالظاهرة المدروسة تبقى على حالها في الفترة المستقبلية ومن هنا كانت عملية التوقع هي إسقاط للماضي على المستقبل بواسطة مقولات الحاضر [1 ص 66] لهذا فإن التوقع بطبيعته لا يهتم بمعرفة التطورات الطارئة التي قد تحدث للظاهرة المدروسة في الفترة المستقبلية، كما أن التوقع لا يهتم سوى بتطور الظواهر القابلة للقياس والتكميم مثل حجم المبيعات، معدل النمو الإقتصادي، عدد السكان...إلخ.

1 - 1 - 3 - التنبؤ PREDICTION

يختلف التنبؤ عن التوقع بكون التنبؤ يهتم بالتغيرات الطارئة وبالظواهر الإقتصادية والإجتماعية المعقدة مثل إكتشاف مصدر جديد للطاقة، إنهيار دولة معينة، وصول تيار سياسي معين إلى الحكم وغيرها، بينما يقتصر التوقع على المؤشرات الكمية مثلما أشرنا آنفا.

إن طبيعة موضوع التنبؤ تجعله لا يعتمد على بناء النماذج الرياضية ولا يمتلك

بعد منهجا علميا دقيقا مثل ما هو الشأن بالنسبة للتوقع، فعملية التنبؤ تعتمد على الخبرة الهائلة والمعرفة العلمية والعملية في مجال الظاهرة المدروسة مما يجعل موضوع التنبؤ هو أقرب إلى الفن من العلم [2 ص 9].

إن أهم الطرق المتبعة في عملية التنبؤ هي طريقة تقديرات الخبراء ومنها طريقة دلفي^(*).

طريقة تقديرات الخبراء تعتمد على إعداد وتوجيه عدد من الأسئلة إلى الخبراء ثم تتم معالجة أجوبتهم باستخدام الأدوات الإحصائية والرياضية للوصول إلى الحصيلة النهائية المتفق عليها من طرف الخبراء في شكل نسبة معينة ويقدر معين من الثقة.

1 - 1 - 4 - التخطيط PLANIFICATION

إذا كان التوقع والتنبؤ يختصان في إنجاز معرفة معينة حول المستقبل، فإن التخطيط هو عمل واع وهادف، يرمي إلى إحداث تغييرات معينة في مسار الظاهرة المدروسة، أي تغيير اتجاه الظاهرة عن مسارها العفوي. فمثلا إذا كنا نتوقع إنخفاض في الطلب على منتج معين فإن مهمة المخطط تكمن في وضع خطة تهدف إلى محاشي الآثار السلبية لهذا التوقع على المؤسسة سواء بالبحث عن أسواق جديدة أو بانتاج منتجات أخرى.

وبالتالي يمكن القول بأن معرفة المستقبل ماهي سوى مدخل في العملية التخطيطية.

(*) طريقة «دلفي» هي نسبة للمدينة اليونانية الشهيرة التي تنبأ أهلها بانتصار الاسكندر

المقدوني على داريوس أمبراطور فارس.

1 - 2 - تصنيف تقنيات التوقع

لقد زاد الإهتمام كثيرا خلال العقود الثلاثة الماضية بالتوقع، سواء على المستوى الكلي للإقتصاد أو على مستوى المؤسسات والشركات، مما أدى إلى زيادة عدد تقنيات التوقع، حيث يوجد الآن أكثر من 150 تقنية [3 ص 132] الأمر الذي يستوجب تصنيف هذه التقنيات.

في الأدبيات المتخصصة يمكننا أن نصادف العديد من التصنيفات، وفي رأينا أن تلك التصنيفات، وفي أغلب الأحيان، تنقصها الدقة والصرامة العلمية وذلك بسبب عدم الإلتزام بالمبادئ الأساسية لعملية التصنيف والمتمثلة على الخصوص فيما يلي :

- 1 - المعرفة الكاملة لجميع تقنيات التوقع، 2 - وضوح معيار التصنيف،
- 3 - تكامل وعدم تداخل مجموعات التصنيف، 4 - إنفتاح التصنيف على إمكانية احتواء تقنيات جديدة.

إن التصنيف الأكثر شيوعا لتقنيات التوقع هو الذي يعتمد على طول الفترة المعنية بالتوقع : تقنيات التوقع قصيرة المدى وتقنيات التوقع متوسطة وطويلة المدى، في حين نجد أن تحديد المدى القصير وكذا المتوسط والطويل المدى يختلف من مؤلف إلى آخر، فهناك من يعتبر أن الفترة القصيرة هي من يوم واحد إلى بضعة أسابيع وآخرون يعتبرونها من أسابيع إلى عدة شهور، نفس الاختلاف نلاحظه بالنسبة للمدى المتوسط والطويل. هذا من جهة ومن جهة أخرى فإن طبيعة السلسلة الزمنية وبالذات الفترة المقابلة لكل مستوى من مستويات السلسلة الزمنية التي نتعامل معها هي المحددة لفترة التوقع، فإذا كانت تلك المستويات معطاة بالشهور (مثلا قيمة المبيعات

الشهرية خلال 20 شهرا) فإن التوقع لا يمكن أن يكون إلا بالشهور، أما إذا كانت السلسلة الزمنية المعينة معطاة بالسنوات (مثلا عدد المواليد في كل سنة خلال 15 سنة) فإن التوقع لا يمكن أن يكون سوى بالسنوات، وفي كلتا الحالتين كان ممكنا إستخدام تقنية توقع واحدة، وبالتالي فالذي حدد فترة التوقع ليست التقنية بل طبيعة السلسلة الزمنية الخاصة بالظاهرة المعينة.

إن الفرق الذي يمكن أن يميز تقنية توقع عن أخرى هو فيما إذا كانت هذه التقنية تسمح بالتوقع بعدة شهور مستقبلية أم لا - بالنسبة للمثال الأول - وبعدة سنوات مستقبلية أولا - في الحالة الثانية.

وفقا لما ذكرناه فإنه يمكن تصنيف تقنيات التوقع إلى : 1 - تقنيات التوقع بفترة زمنية واحدة، 2 - تقنيات التوقع بعدة فترات زمنية. وقبل تناولنا لهذا التصنيف ينبغي الإشارة إلى أن التوقع يمكن أن يتم بأحد المدخلين [4 ص 5].

- المدخل الأول، ويعتمد على سلسلة زمنية واحدة خاصة بالظاهرة المدروسة أي بمعزل عن العوامل التي تسبب أو تفسر تطورها، وذلك بواسطة إكتشاف القانون الذي تتطور بموجبه الظاهرة ومن ثم مده إلى الفترة المستقبلية EXTRAPOLATION.

- المدخل الثاني، يعتمد على تحليل الظاهرة المدروسة وتقدير العلاقة بين الظاهرة المدروسة والعوامل النظامية المفسرة لها ويتم ذلك بدراسة وتحليل عدة سلاسل زمنية.

ويشترك المدخل الأول مع الثاني في المبدأ الأساسي لعملية التوقع وهو إعتبار أن القيمة الفعلية للتوقع تتحدد بواسطة قانون أساسي من جهة وبالصدفة من جهة أخرى وبلغت الرياضيات يمكننا أن نكتب [5 ص 35].

$$REEL = LOI + HASARD$$

وهو ما هبنا منه عند حديثنا عن التقدير بالمتغيرات النظامية وتمثل هنا LOI القانون، والقيمة العشوائية U وتمثل هنا HASARD الصدفة، والمهمة الأساسية لجميع تقنيات التوقع هي إكتشاف القانون الأساسي الذي يحكم تطور الظاهرة المدروسة وعزل الجانب العشوائي الذي يشوش على المسار النظامي لهذا التطور، أي بمعنى آخر القيام بالتقدير الجيد، يمكن القول أن مصداقية وواقعية التوقع تتوقف إلى حد كبير على التقدير الجيد، أي تطابق النموذج المعتمد مع حقيقة تطور الظاهرة المدروسة. والتحديد بين المداخلين الأول والثاني له علاقة مباشرة بتصنيف تقنيات التوقع إلى مجموعتين كبيرتين حسب معيار هذه الفترات الزمنية للتوقع :

1 - تقنيات التوقع بفترة زمنية واحدة

تعتمد هذه المجموعة من التقنيات على المدخل الأول أي على دراسة سلسلة زمنية واحدة بعزل عن عواملها وتشمل هذه المجموعة من التقنيات : تقنيات المسح بأنواعها وأيضاً تحليل الإنحدار الذاتي، جميع هذه التقنيات تشترك في خاصية واحدة وهي ضرورة حضور المشاهدة الفعلية الأخيرة للتمكن من التوقع بفترة زمنية واحدة.

2 - تقنيات التوقع بعدة خطوات زمنية

تعتمد هذه المجموعة من التقنيات على المدخل الثاني، أي تحليل تفاعل عدة سلاسل زمنية وبناء نموذج إحصائي يصور علاقة الظاهرة محل التوقع بالعوامل المفسرة لها. هذه التقنيات تحتاج عادة إلى معلومات إحصائية كثيرة نسبياً. تشمل هذه المجموعة من التقنيات نماذج الإنحدار والإرتباط البسيطة والمتعددة وأيضاً معادلة الإنجاء.

هذه المجموعة من التقنيات تسمح لنا بالتوقع بأكثر من فترة زمنية وذلك بعد التعريض عن العوامل المفسرة في النموذج بقيمها المفترضة في فترة التوقع. وسنعمد على هذا التصنيف عند عرضنا لتقنيات التوقع وتطبيقاتها لاحقا.

1 - 3 - اختيار تقنية التوقع

إن اختيار هذه التقنية أو تلك من طرف الباحث أو المقرر يتوقف على عدة اعتبارات أهمها :

1 - الرغبة في الحصول على التوقع بفترة زمنية واحدة أو أكثر، فإذا كنا نحتاج للتوقع بمستوى الظاهرة المدروسة للفترة الموالية لآخر مستوى معلوم فإننا نختار إحدى التقنيات المناسبة لذلك. والعكس إذا كنا نرغب في الحصول على توقعات تخص عدة فترات زمنية.

وبصفة عامة كلما كان عدد خطوات التوقع أقل كلما كانت نتائج التوقع أدق لأن التوقع بعدة خطوات زمنية عادة ما يكون عرضة لدخول عوامل ومستجدات غير منتظرة لحظة التوقع.

2 - حجم ونوعية المعلومات المتوفرة عن الظاهرة المدروسة، مثل الطول النسبي للسلسلة الزمنية، وكونها مستقرة وغير مستقرة وهل للسلسلة الزمنية طابع موسمي أو دوري، سنتعرف لاحقا على هذه المفاهيم.

3 - التكلفة، حيث يفضل الباحث أو رجل الأعمال عادة الطريقة ذات أقل كلفة.

4 - سهولة التطبيق، خاصة بالنسبة لرجل الأعمال، لأن هذا الأخير لا يتخذ القرارات إلا وفقا لتقنية توقع يدركها جيدا.

5 - الدقة، حيث يتم عادة تفضيل الطريقة التي تعطي توقعات دقيقة، ولا يتجاوز حد الخطأ بها الحدود المعقولة 5% وفي أسوأ الأحوال 10%.

1 - 4 - تقييم تقنية التوقع

طالما أن التوقع ينطوي دوماً على جانب الصدفة كما ذكرنا، هذا يعني أنه حتى عند تحديدنا للقانون الأساسي الذي تنطور وفقه الظاهرة المدروسة -التقدير الجيد- فإنه يبقى دائماً هناك مجال لانحراف القيم المتوقعة عن الحقيقية. وهناك هدف موحد لجميع طرق التوقع وهو جعل تلك الانحرافات أقل ما يمكن، وبالتالي فإن تقييم تقنية التوقع تتم عند هذه المسألة بالذات، فالتقنية الأفضل هي التي تعطي أقل الانحرافات للقيم المتوقعة عن الحقيقية.

ومن خلال المثال التالي يمكننا توضيح عملية تقييم تقنية معينة استخدمت لفترة محددة في التوقع.

البيانات في الجدول رقم (1) هي عبارة عن المبيعات الفعلية Y لإحدى المنتجات وكذا القيم المتوقعة \hat{Y} وذلك خلال 12 شهراً.

نلاحظ أن مقياس الخطأ، أي جمعنا للأخطاء فقط سيعطي نتيجة قريبة من الصفر على اعتبار أن الأخطاء السالبة تلغي الأخطاء الموجبة (العمود الرابع)، ولتجاوز هذا النقص يمكننا حساب القيمة المطلقة للأخطاء ثم نحصل على الخطأ المطلق المتوسط (العمود الخامس)، غير أن استخدام مربع الخطأ E^2 وبالتالي متوسط الأخطاء المربعة (العمود السادس) يعطي صورة أفضل، فهو يظهر أكثر الأخطاء الكبيرة، فمثلاً لو وقع خطأ في إحدى الفترات مقداره 10 فسيظهر في مقياس الأخطاء المربعة بـ 100، بينما لو توزع هذا الخطأ على خمسة فترات، أي في كل

• فترة خطأ مقداره 2، فإنه سوف يظهر فقط بـ 20، أي أن مقياس مربع الأخطاء يفرق فيما إذا وقع الخطأ في فترة واحدة أم توزع على عدة فترات. وبطبيعة الحال فإنه من الأحسن أن تكون هناك عدة أخطاء صغيرة أفضل من خطأ كبير واحد.

الجدول رقم (1) تقييم تقنية التوقع

الفترة	المبيعات الفعلية	المبيعات المتوقعة	الخطأ	الخطأ المطلق	مربع الخطأ
	Y_i	\hat{Y}_i	$E = Y_i - \hat{Y}_i$	$ E $	E^2
1	85	80	+ 5	5	25
2	91	89	+ 2	2	4
3	87	92	- 5	5	25
4	94	96	- 2	2	4
5	96	100	- 4	4	16
6	102	108	- 6	6	36
7	112	110	+ 2	2	4
8	98	100	- 2	2	4
9	94	94	0	0	0
10	87	88	- 1	1	1
11	84	78	+ 6	6	36
12	80	76	+ 4	4	16
المجموع	-	-	- 1	39	171
المتوسط	-	-	- 0,083	3,25	14,25

ملاحظة : ليس مهم معرفة التقنية التي أستخدمت للحصول على التوقعات، المهم في هذا

المثال هو توضيح كيفية تقييم التقنية المستعملة -مهما تكن- بعد مرور فترة زمنية معينة من استخدامها.

ومع ذلك فإن مقياس الخطأ المربع ومتوسطه يحملان العيب المتمثل في وحدة القياس المربعة وبالتالي فإن إدراكه يبقى صعبا، وللتخلص من هذا العيب يمكننا أخذ

الجذر التربيعي له لنحصل على الجذر التربيعي للأخطاء المربعة وهذا ما يسمى بالخطأ المعياري للتوقع ECART TYPE DE PREVISION.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}}$$

حيث n هنا هو عبارة عن عدد الأخطاء.

وسنستعمل هذه الصيغة لتقييم ومقارنة كل التقنيات التي سنتعرف عليها لاحقا، ونقول عن التقنية التي تعطى أقل خطأ معياري للتوقع أنها التقنية الأفضل. غير أن هذا الأسلوب لتقييم تقنيات التوقع يمكن إعماله فقط عند إنقضاء فترة التوقع، في حين أن الباحث أو رجل الأعمال يحتاج إلى حد أدنى من الإطمئنان لنتائج التوقع مسبقا، خاصة عند استعمال التقنية لأول مرة، إن ذلك يعتمد على مدى قدرة تقنية التوقع لوصف تطور الظاهرة في الفترة السابقة RETROSPECTIVE، على اعتبار أن الظاهرة المدروسة تمر بمرحلة تطور واحدة وأن عملية التوقع هي عبارة عن إسقاط للماضي على المستقبل، وبالتالي فإذا كانت التقنية المستعملة تصف جيدا المستويات الفعلية للظاهرة في الفترة السابقة، نقول أن التقنية جيدة ويمكن الإعتماد عليها في التوقع بمستويات الظاهرة في الفترة المستقبلية. مما سبق نلاحظ أن جميع تقنيات التوقع تعتمد على تحليل السلاسل الزمنية، لهذا سنخصص الفصل القادم للتعريف بالسلاسل الزمنية مع التركيز على بعض الجوانب منها والتي لها علاقة مباشرة بموضوع التوقع.

الفصل الثاني : السلاسل الزمنية

2 - 1 - مفهوم السلسلة الزمنية

السلسلة الزمنية هي مجموعة من القيم لمؤشر إحصائي معين مرتبة حسب تسلسل زمني، والجدول التالي يحتوي على سلسلتان زمنيتان :

جدول رقم (2) : عدد السكان والمواليد الأحياء

بالجزائر 1984 - 1990

السنة	عدد السكان (مليون نسمة) -تقديرات منتصف السنة-	عدد المواليد الأحياء (بالآلاف)
1984	21,175	833,110
1985	21,850	845,381
1986	22,499	764,537
1987	23,116	782,336
1988	23,770	788,861
1989	24,397	741,636
1990	25,012	758,533

المصدر : 1. P : 31 N° SERIE STATISTIQUE ONS,

كل قيمة عددية للمؤشر في السلسلة الزمنية يسمى بمستوى السلسلة، وإلى جانب مستوى السلسلة الزمنية، هناك الفترة الزمنية المقابلة لكل مستوى، وفي مثالنا كل مستوى من المستويات في السلسلة الزمنية الأولى يبين كم كان عدد سكان الجزائر في منتصف السنة المقابلة، وكل مستوى من مستويات السلسلة الزمنية الثانية يبين عدد المواليد الأحياء خلال السنة المقابلة.

يلاحظ أن البيانات الإحصائية المطلقة^(*) يمكن تقسيمها إلى قسمين :

1 - مؤشرات تقويمية (الحظية) وهي مؤشرات تميز مستوى الظاهرة في لحظة

معينة مثل عدد السكان في الجدول السابق.

2 - مؤشرات مجالية، هي مؤشرات تميز مجاميع معينة تخص مستوى

الظاهرة خلال فترة زمنية معينة (سنة، شهر، أسبوع...) مثل عدد المواليد في

الجدول السابق. وهذا النوع من المؤشرات يمكن قياسها فقط في مجال زمني معين.

إن الميزة الأساسية للمؤشرات المجالية هي أن كل مستوى هو عبارة عن مجموع

مستويات مجالية أصغر، مثلا قيمة المبيعات خلال شهر هو عبارة عن مجموع قيمة

المبيعات في كل يوم من أيام الشهر المعني. أي أن الوحدات الإحصائية التي تدخل

في تشكيل مستوى معين لا تدخل في تشكيل المستوى اللاحق، وبالتالي يمكن جمع

الوحدات الإحصائية لهذه المستويات للحصول على مستوى الظاهرة يخص مجال زمني

أوسع. أما المؤشرات التقويمية فلا يمكن جمع مستوياتها.

ينبغي التذكير إلى أنه عند بناء السلسلة الزمنية وقبل إستخدامها في

التحليل أو التوقع لابد من التأكد أن مستوياتها قابلة للمقارنة فيما بينها، وهو

شرط أساسي لصحة أي تحليل وأي تقدير وأي توقع، وفيما يلي الشروط اللازمة

(*) في الإحصاء نميز بين ثلاثة أنواع من المؤشرات : 1 - المؤشرات المطلقة مثل عدد السكان،

عدد العمال، 2 - المؤشرات النسبية وهي التي تعبر عن النسب والمعدلات والمعاملات،

مثل نسبة الإنتاج المعيب إلى الإنتاج الإجمالي، معدل زيادة الإنتاج في المؤسسة،

مختلف معاملات الإنتاج، 3 - المؤشرات الوسطية مثل متوسط عدد العمال في المؤسسة

خلال السنة، متوسط الإنتاج الشهري، كما يمكن أن تكون المؤشرات الوسطية نسبية مثل

معدل النمو الوسطي لإنتاجية العمل في مؤسسة معينة.

لكي تكون مستويات السلسلة الزمنية قابلة للمقارنة فيما بينها :

1 - أن تخص مستويات السلسلة الزمنية فترات زمنية متساوية، فمثلا لايجوز أن تعبر بعض مستويات السلسلة الزمنية عن عدد المواليد خلال كل شهر وبعض المستويات الأخرى تعبر عن عدد المواليد خلال كل سنة، فالمقارنة بين المستويات هنا غير ممكنة.

2 - أن تكون جميع مستويات السلسلة خاصة بمكان معين، سواء كان إقليما معينا أو ولاية أو مؤسسة، فلايجوز أن تعبر بعض المستويات عن مؤشر خاص بمجال معين ومستويات أخرى خاصة بمجال أوسع مثلا، وتظهر هذه المشكلة خاصة عند تغير حدود الأقاليم والولايات أو عند تجميعة المؤسسات الكبيرة إلى مؤسسات أصغر أو العكس.

3 - أن تكون وحدة القياس لجميع مستويات السلسلة الزمنية موحدة.

4 - التعبير عن مستويات السلسلة الزمنية القيمية بالأسعار الثابتة، لأن الأسعار الجارية تخفي أثر ارتفاع الأسعار وتجعل المقارنة غير موضوعية.

5 - أن تكون طريقة قياس جميع مستويات السلسلة الزمنية موحدة.

يجب الإشارة إلى أن السلاسل الزمنية عادة ما لاتعطي جاهزة وقابلة للتحليل مباشرة حيث يتطلب الأمر في أغلب الأحيان إجراء بعض التعديلات لجعل مستوياتها قابلة للمقارنة وفقا للشروط المذكورة أعلاه.

2 - 2 - المؤشرات الأساسية للسلاسل الزمنية

وهي مجموعة من المؤشرات تقيس سرعة تغير مستوى الظاهرة المدروسة خلال

فترة زمنية معينة، أهم هذه المؤشرات هي :

1 - التغير المطلق، 2 - معدل النمو، 3 - معدل الزيادة.

إن حساب هذه المؤشرات قائم على مبدأ المقارنة فيما بين مستويات السلسلة الزمنية، وعادة ماتجرى هذه المقارنة بالنسبة لمستوى معين من السلسلة الزمنية ويسمى بمستوى الأساس، كأن يكون مثلاً المستوى الأول من السلسلة الزمنية. كما يستخدم أحيانا متوسط مستوى الظاهرة لعدة فترات زمنية، خاصة عند السلاسل الزمنية شديدة التقلبات، مثلما هو الشأن بالنسبة للسلاسل الزمنية الخاصة بالإنتاج الزراعي، حيث كثيرا ما يعرف هذا الإنتاج تقلبات شديدة من سنة إلى أخرى لهذا فإن إختيار سنة واحدة كأساس للمقارنة قد يجعل العملية غير موضوعية، لهذا يأخذ متوسط الإنتاج خلال 3 و 4 سنوات كأساس للمقارنة.

2 - 2 - 1 - التغير المطلق

يبين مقدار وحدات الزيادة أو النقصان في مستوى الظاهرة مقارنة بفترة الأساس، أي مقدار الزيادة أو النقصان خلال فترة زمنية معينة، إذا فالتغير المطلق هو عبارة عن الفرق بين مستوى الظاهرة في فترة المقارنة Y_i ومستوى الظاهرة في فترة الأساس Y_{i-1} ، إذا :

$$\Delta = Y_i - Y_{i-1}$$

حيث i وحدة زمنية و $i-1$ دليل الفترة الخاص بالسلسلة الزمنية وبالتالي $i-1$ هو مجال زمني يخص إمتداد فترة المقارنة.

فإذا كان مستوى الظاهرة قد تناقص فإن $\Delta < 0$ وبالتالي Δ يميز هنا التناقص

المطلق لمستوى الظاهرة.

أما إذا كان مستوى الظاهرة قد تزايد فإن $\Delta > 0$ وبالتالي Δ يميز التزايد المطلق لمستوى الظاهرة.

2 - 2 - 2 - معدل النمو T

يبين المقدار الذي يزيد أو يقل به مستوى الظاهرة في فترة المقارنة مقارنة بمستواها في فترة الأساس، معبرا عنه بنسبة مئوية.

$$T = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} \cdot 100$$

• ونقول أنه إذا كان مستوى فترة الأساس هو 100 فقد أصبح في فترة المقارنة %T.

2 - 2 - 3 - معدل الزيادة Tc

يعبر عن المقدار النسبي للزيادة مقارنة بنسبة الأساس.

$$T_c = \frac{\Delta}{Y_{i-1}} = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}} = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} - 1 = T - 1$$

أي أن معدل الزيادة هو عبارة عن معدل النمو ناقصا 100. ونقول أن مستوى الظاهرة قد زاد أو نقص في فترة المقارنة مقارنة بمستواه في سنة الأساس بـ %Tc.

وباستخدام معطيات الجدول رقم (2) الخاص بعدد السكان والمواليد الأحياء بالجزائر خلال الفترة 1984 - 1990 يمكننا أن نرى كيفية حساب المؤشرات السابقة.

فمثلا إذا أردنا الحصول على الزيادة المطلقة للسكان خلال الفترة 1984-1990

نكتب :

$$\Delta_{1990 - 1984} = Y_{1990} - Y_{1984} = 25,012 - 21,175 = 3,837$$

أي أن عدد سكان الجزائر قد زاد خلال الفترة 1984 - 1990 بمقدار 3,837 مليون نسمة.

أما إذا أردنا حساب معدل النمو لنفس الفترة فإننا نكتب :

$$T = \frac{Y_{1990}}{Y_{1984}} \cdot 100 = \frac{25,012}{21,175} \cdot 100 = 118,12\%$$

ونقول أنه إذا كان مستوى عدد السكان في سنة 1984 يعادل 100 فإن

مستواه في سنة 1990 قد بلغ 118,12.

أما معدل الزيادة لنفس الفترة فهو عبارة عن :

$$T_{C_{1990 - 1984}} = T_{1990 - 1984} - 100 = 118,12 - 100 = 18,12\%$$

ونقول أن عدد السكان في سنة 1990 قد إزداد مقارنة بنسبة 1984

بـ 18,12%.

2 - 3 - المؤشرات الوسطية للسلاسل الزمنية

مع مرور الزمن لا تتغير مستويات السلسلة الزمنية فقط، بل تتغير مقاييس ديناميكيته، فالزيادة المطلقة تتغير من فترة زمنية إلى أخرى وكذلك معدل النمو ومعدل الزيادة، لهذا ومن أجل تعميم خصائص هذا التطور نستخدم المقاييس المتوسطة للسلاسل الزمنية.

إن المؤشرات الوسطية للسلاسل الزمنية تخضع تماما لنظرية المتوسطات، أي أن المتوسط يكون معياريا إذا كانت الظاهرة خلال الفترة المحسوب لها هذا المتوسط مستقرة نسبيا، أو تتطور خلالها الظاهرة بشكل منتظم، أما المتوسط الذي يتم حسابه لفترة تميزت بمراحل مختلفة من تطور الظاهرة فسيكون غير تمثيلي وإستخدامه

يجب أن يكون مقرونا بالحذر، وهذه أهم المؤشرات الوسطية للسلاسل الزمنية.

2 - 3 - 1 - المتوسط للسلسلة الزمنية \bar{Y}

وهو عبارة عن مجموع عدد مستويات السلسلة الزمنية مقسومة على عددها

$$\bar{Y} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i}{n}$$

حيث Y_i هي مستويات السلسلة الزمنية ($i = 1, 2, 3 \dots n$) و n عدد هذه المستويات.

عمليا يجب التفرقة بين حساب هذا المؤشر بالنسبة لسلسلة زمنية مجالية وتقويمية.

فإذا كانت مستويات السلسلة الزمنية مجالية مثل ما هو الشأن بالنسبة للسلسلة الزمنية الخاصة بعدد المواليد الأحياء في الجزائر من 1984 إلى 1990 (المعصود الثالث من الجدول رقم 2)، فإن المسألة بسيطة حيث يحسب المستوى المتوسط لهذه السلسلة بجمع مستوياتها مباشرة وقسمة مجموعها على عددها أي :

$$\bar{Y} = \frac{833,110 + 845,381 + 764,537 + 782,336 + 788,861 + 741,636 + 758,533}{7}$$

$$\bar{Y} = 787,770$$

أي أن المتوسط السنوي لعدد المواليد الأحياء خلال الفترة 1984 - 1990 في الجزائر هو 787,770 مولود حي.

أما عند السلاسل الزمنية التقويمية فإنه ينبغي أولا الحصول على المستوى المتوسط للظاهرة خلال كل فترة، أي جمع مستوى الظاهرة في بداية الفترة مع مستواه في نهاية الفترة وقسمة المجموع على اثنين.

ومتوسط مستوى السلسلة الزمنية في هذه الحالة يحسب كالتالي :

$$\bar{Y} = \frac{\frac{Y_1 + Y_2}{2} + \frac{Y_2 + Y_3}{2} + \frac{Y_3 + Y_4}{2} + \dots + \frac{Y_{n-1} + Y_n}{2}}{n - 1}$$

هذه الصيغة يمكن كتابتها باختصار :

$$\bar{Y} = \frac{\frac{Y_1}{2} + Y_2 + Y_3 + Y_4 + \dots + Y_{n-1} + \frac{Y_n}{2}}{n - 1}$$

وتعتبر هذه الصيغة الأخيرة هي الصيغة المختصرة لحساب متوسط مستوى السلسلة الزمنية لمستويات تقويمية.

ومن معطيات العمود الأول من الجدول رقم (2) الخاص بعدد السكان والمواليد الأحياء في الجزائر، نجد أن مستويات تلك السلسلة الزمنية معطاة على أنها مستويات خاصة بمنتصف السنة، أي كل مستوى في هذه السلسلة الزمنية هو عبارة عن متوسط مستوى الظاهرة في الفترة المقابلة له. وفي هذه الحالة يمكننا الحصول على المستوى المتوسط للسلسلة الزمنية مباشرة أي :

$$\bar{Y} = \frac{21,175 + 21,850 + 22,499 + 23,116 + 23,770 + 24,397 + 25,012}{7}$$

$$\bar{Y} = 23,117$$

أي أن المتوسط السنوي لعدد السكان خلال الفترة 1984 - 1990 هو 23,117

مليون نسمة.

2 - 3 - 2 - متوسط الزيادة المطلقة $\bar{\Delta}$

وهو مؤشر يبين مقدار الوحدات التي زاد بها أو نقص بها مستوى السلسلة مقارنة بالمستوى السابق له في المتوسط خلال وحدة زمنية معينة، شهر أو سنة ...
هذا المؤشر يميز السرعة المتوسطة المطلقة لنمو مستويات الظاهرة وهو دوماً مؤشر مجالي ويحسب عن طريق قسمة الزيادة الكلية التي حصلت في كل الفترة على عدد هذه الزيادات، فإذا اعتبرنا n هو عدد مستويات السلسلة الزمنية فإن :

$$\bar{\Delta} = \frac{Y_n - Y_1}{n - 1}$$

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta_i}{n - 1} \quad \text{أو}$$

ومن معطيات الجدول رقم (2) يمكننا أن نحسب متوسط الزيادة المطلقة لعدد السكان في الجزائر خلال الفترة 1984 - 1990.

$$\bar{\Delta} = \frac{25,012 - 21,175}{6} = 0,6395$$

أو :

$$\bar{\Delta} = \frac{0,675 + 0,649 + 0,617 + 0,654 + 0,654 + 0,627 + 0,615}{6}$$

$$\bar{\Delta} = 0,6395$$

أي أن عدد سكان الجزائر قد زاد وسطياً خلال الفترة 1984 - 1990 بـ 0,6395 مليون نسمة في السنة.

2-3-3 - معدل النمو الوسطي \bar{T}

يبين المقدار النسبي المتوسط الذي زاد أو نقص به مستوى الظاهرة مقارنة بالمستوى السابق في المتوسط خلال وحدة زمنية معينة (في المتوسط سنويا، في المتوسط شهريا ..)، يحسب هذا المؤشر أحيانا بطريقة الوسط الحسابي، أي بجمع معدلات النمو المسجلة خلال فترات السلسلة الزمنية (حيث عدد مستويات السلسلة الزمنية هو n وعدد معدلات النمو هو $n - 1$) وقسمة مجموعها على عددها أي :

$$\bar{T} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} T_i}{n-1}$$

وغالبا ماتستعمل صيغة الوسط الهندسي لحساب معدلات النمو الوسطي وذلك وفقا لما يلي :

$$\bar{T} = \sqrt[n-1]{T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \dots T_{n-1}}$$

يمكن فك هذه الصيغة بالتعويض عن قيم T_i ($i = 1, 2, 3 \dots n-1$) لنحصل على :

$$\bar{T} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_2}{Y_1} \cdot \frac{Y_3}{Y_2} \cdot \frac{Y_4}{Y_3} \cdot \dots \cdot \frac{Y_{n-1}}{Y_{n-2}} \cdot \frac{Y_n}{Y_{n-1}}}$$

$$\log \bar{T} = \frac{\log Y_n - \log Y_1}{n-1} \quad \text{إذا} \quad \bar{T} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}} \quad \text{وبالتالي}$$

ويتطبيق هذه الصيغة على معطيات العمود 2 من الجدول رقم (2) نحصل على:

$$\log \bar{T} = \frac{\log 25,012 - \log 21,175}{6} = \frac{1,398 - 1,325}{6}$$

$$\log \bar{T} = \frac{0,073}{6} = 0,01216$$

ومنه : $\bar{T} = 1,0284$.

أي أن عدد السكان ينمو وسطيا كل سنة خلال الفترة 1984 - 1990 بمقدار 102,84%.

2 - 3 - 4 - معدل الزيادة الوسطي \bar{T}_c

يعبر عن المقدار النسبي المتوسط للزيادة أو النقصان مقارنة بالمستوى السابق في المتوسط خلال وحدة زمنية معينة معبرا عنه بنسبة مئوية (في المتوسط سنويا، في المتوسط شهريا ...)، ونقول أن مستوى الظاهرة قد زاد (أو نقص) في المتوسط في كل فترة من الفترات الزمنية المعينة بـ \bar{T}_c %.

ويحسب هذا المؤشر بطرح 100 من معدل النمو الوسطي أي :

$$\bar{T}_c = \bar{T} - 100$$

ومن المثال السابق فإن معدل الزيادة الوسطي لعدد السكان في الجزائر خلال الفترة 1984 - 1990 هو : $\bar{T}_c = 102,84 - 100 = 2,84$ %.

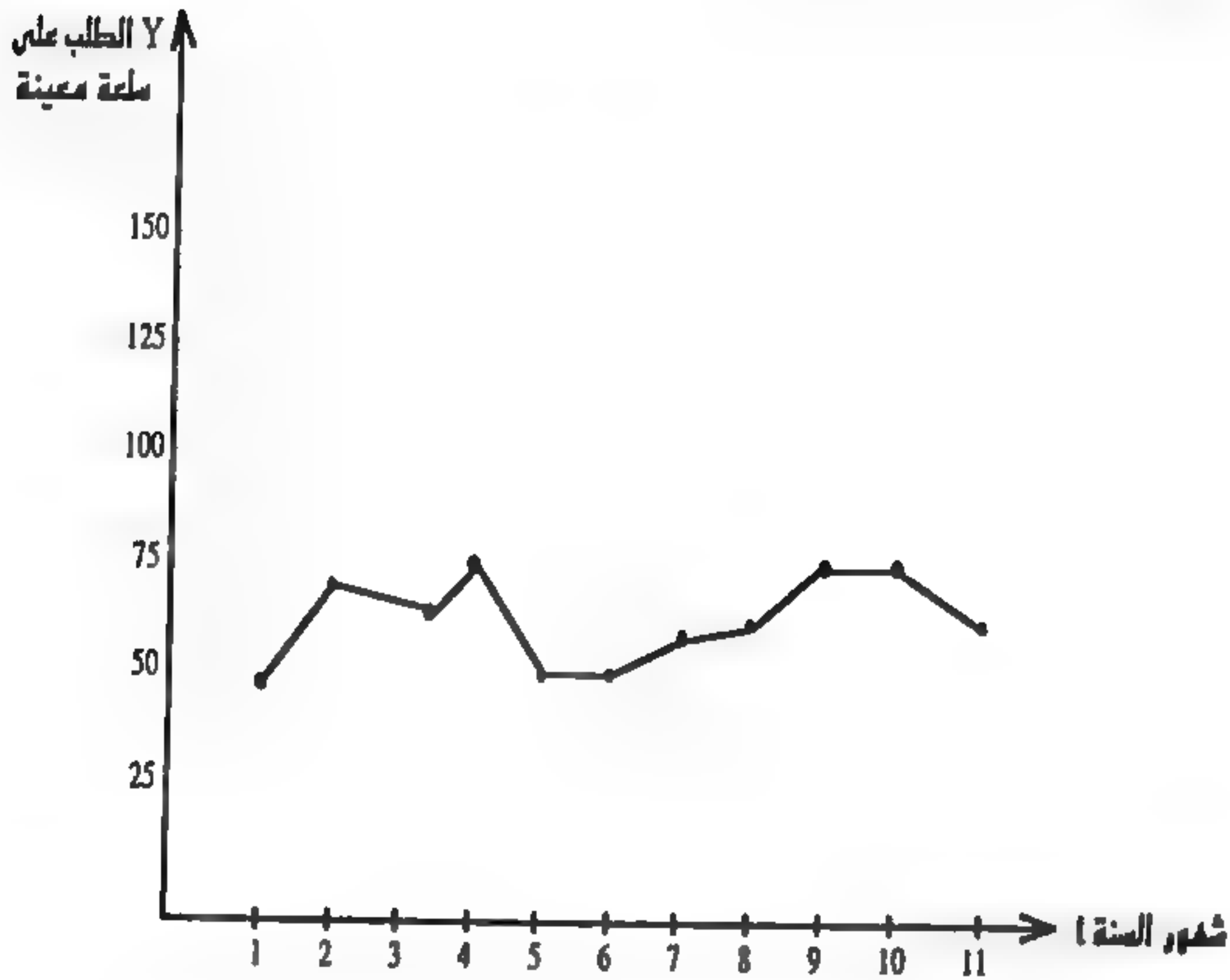
2 - 4 - السلاسل الزمنية المستقرة وغير المستقرة

قبل الشروع في دراسة الاتجاه الأساسي نحو الزيادة أو النقصان لابد من التأكد أولا من وجود اتجاه في السلسلة الزمنية، وحسب طبيعة نمو السلسلة الزمنية يمكننا أن نميز بين سلاسل زمنية مستقرة SERIES CHRONOLOGIQUES STATIONNERES وسلاسل زمنية غير مستقرة SERIES CHRONOLOGIQUES NON STATIONNERES أي ذات اتجاه.

كون السلسلة الزمنية تحمل هذه الخاصية أو تلك لها علاقة مباشرة باختيار تقنية التوقع المناسبة، وهناك حتى من يصنف تقنيات التوقع على هذا الأساس،

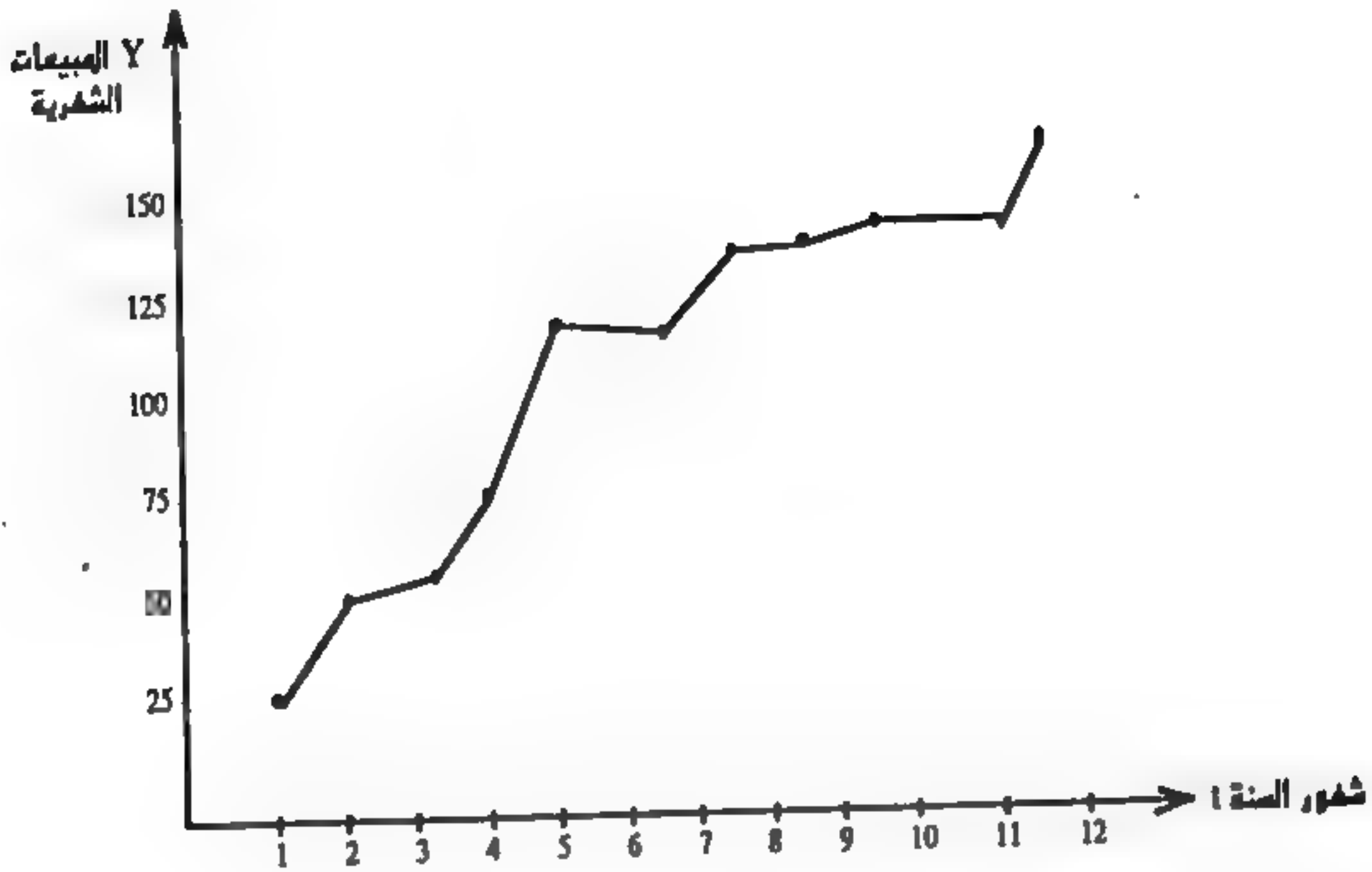
تقنيات التوقع للسلاسل الزمنية المستقرة وتقنيات التوقع للسلاسل الزمنية غير المستقرة [أنظر المرجع 5].

إن السلسلة الزمنية المستقرة هي تلك السلسلة الزمنية التي تتغير مستوياتها مع الزمن دون أن يتغير المستوى المتوسط فيها، وذلك خلال فترة زمنية طويلة نسبيا، أي أن السلسلة لا يوجد فيها إجهاد لانحور الزيادة ولا انحور النقصان، وهذا التمثيل البياني لمستويات سلسلة زمنية مستقرة.



شكل رقم (1) : الصورة المعيارية لسلسلة زمنية مستقرة

أما السلسلة الزمنية غير المستقرة فإن المستوى المتوسط فيها يتغير باستمرار سواء نحو الزيادة أو النقصان. وهذا تمثيل بياني لسلسلة زمنية غير مستقرة.



شكل رقم (2) : الصورة المعيارية لسلسلة زمنية غير مستقرة
وقد يصعب أحيانا تحديد طبيعة السلسلة الزمنية، مستقرة أم غير مستقرة، سواء بالملاحظة البسيطة أو حتى بواسطة الرسم البياني، هنا نلجأ إلى استخدام مقاييس إحصائية لإختبار وجود أو عدم وجود الاتجاه في السلسلة الزمنية، أبسط هذه المقاييس^(*) وأكثرها استعمالا هي القيام بتقسيم السلسلة الزمنية إلى قسمين متساويين ثم حساب المتوسط الحسابي لكل قسم، فإذا كان المتوسطان الحسابيان متساويان أو قريبين من بعضهما، نقول أنه لا يوجد اتجاه في السلسلة الزمنية

(*) هناك طرق أخرى لإختبار وجود الاتجاه في السلسلة الزمنية منها طريقة فورستر وستوارث، أنظر :

- FORSTER F. G. STUART A., DISTRIBUTION - FREE TESTS IN TIME SERIES BASED ON THE BREAKING OF RECORDS «JOURNAL OF THE ROYAL STATISTICAL SOCIETY», SER B. L., V. XVI, N° 1, 1954.

وبالتالي فهي مستقرة، أما إذا كان هناك عدم تساوي ملحوظ فإننا نستنتج أن هناك اتجاه في السلسلة الزمنية، أي أن السلسلة الزمنية غير مستقرة. ويمكن التأكد أكثر وذلك باختبار معنوية هذا الاختلاف، أي التأكد من أن الاختلاف بين المتوسطين معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة. هناك عدة اختبارات يمكن إستخدامها لهذا الغرض تختلف حسب حجم السلسلة الزمنية وطبيعة التباين في قسمة السلسلة الزمنية^(*).

يجب الإشارة إلى أن هناك إمكانية لتحويل سلسلة زمنية غير مستقرة إلى سلسلة زمنية مستقرة وذلك باللجوء إلى تحويل مستويات السلسلة الزمنية الأصلية إلى سلسلة زمنية جديدة تتشكل من التغيرات الحلقية (الفرق بين المستوى والذي يليه في كل مرة) للمستويات الأصلية فمثلا بالنسبة للسلسلة الزمنية الخاصة بتطور عدد سكان الجزائر خلال الفترة 1984 - 1990.

جدول رقم (03) : تطور عدد سكان الجزائر خلال الفترة 1984-1990

السنة	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
عدد السكان (مليون نسمة)	21,175	21,850	22,499	23,116	23,770	24,397	25,012
-تقديرات منتصف السنة-							

بمجرد نظرة عابرة لهذا الجدول، وبدون اللجوء إلى التمثيل البياني أو أية طريقة إحصائية أخرى، يمكننا أن نلاحظ أن السلسلة الزمنية غير مستقرة وبها اتجاه واضح نحو الزيادة. في هذه الحالة لا يمكننا إستخدام بعض التقنيات الإحصائية التي سنتعرف عليها لاحقا والخاصة بالتوقع عند السلاسل الزمنية المستقرة، غير أن هناك

(*) أنظر كتب الإحصاء الرياضي، مثلا :

LEONARD J. KAZMIER, STATISTIQUE DE LA GESTION, SERIE
SCHAUM, Mc, GRAW-HILL, 1982.

إمكانية لتحويل هذه السلسلة الزمنية إلى سلسلة مستقرة وذلك بتحويلها إلى سلسلة جديدة تعبر مستوياتها عن التغيرات المطلقة السنوية ΔY_t وليس عن المستويات المطلقة السنوية Y_t كما هي في السلسلة الزمنية الأصلية. وفيما يلي نبين كيفية عملية التحويل.

جدول رقم (04) : تحويل السلسلة الزمنية الخاصة بتطور عدد

السكان في الجزائر خلال الفترة 1984 - 1990

إلى سلسلة زمنية مستقرة

السنة	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
عدد السكان Y_t (مليون نسمة)	21,175	21,850	22,499	23,116	23,770	24,397	25,012
التغيرات المطلقة السنوية ΔY_t	-	0,675	0,649	0,617	0,654	0,627	0,615

وإذا إقتضت الضرورة يمكن اللجوء إلى دراسة السلسلة الزمنية الخاصة بالتغيرات المطلقة السنوية من الدرجة الثانية $\Delta^2 Y_t$.

جدول رقم (05): التغيرات المطلقة السنوية من الدرجة الأولى ΔY_t

والتغيرات المطلقة السنوية من الدرجة الثانية

$\Delta^2 Y_t$ في عدد سكان الجزائر خلال الفترة 1984-1990

السنة	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
ΔY_t	-	0,675	0,649	0,617	0,654	0,627	0,615
$\Delta^2 Y_t$	-	-	- 0,026	- 0,032	- 0,037	- 0,027	- 0,012

يلاحظ أن عدد مستويات السلسلة الزمنية ينقص بمستوى واحد عند تحويل السلسلة الزمنية من مستوياتها الأصلية Y_t إلى سلسلة زمنية خاصة بالتغيرات

المطلقة ΔY_i وينقص بمستويين في سلسلة التغيرات المطلقة من الدرجة الثانية، فإذا كان عدد مستويات السلسلة الزمنية الأصلية n فإن السلسلة ΔY_i ستحتوي على $n - 1$ مستوى، أما السلسلة $\Delta^2 Y_i$ فستحتوي على $n - 2$ مستوى وهكذا.

2 - 5 - تسوية السلاسل الزمنية

تتغير السلاسل الزمنية عادة بتغير مستوياتها من فترة إلى أخرى بفعل عوامل نظامية وعوامل عشوائية، والهدف من تسوية السلاسل الزمنية هو إلغاء تأثير العوامل العشوائية وتعديل مستويات السلسلة الزمنية لتعبر أكثر عن المسار الحقيقي لتطور الظاهرة المدروسة، لهذا فإن عملية تسوية السلاسل الزمنية هي أيضا عملية لتوضيح طبيعة نمو السلسلة الزمنية، في استقرار، في تزايد أم في إنخفاض. هناك عدة طرق لتسوية السلاسل الزمنية منها التسوية عن طريق ضم الفترات والطريقة الميكانيكية [أنظر المرجع 6]. سوف نتعرف هنا على طريقتين فقط لما لهما من أهمية وعلاقة مباشرة بموضوع التوقع، الطريقتان هما : الأوساط المتحركة ومعادلة الاتجاه.

2 - 5 - 1 - تسوية السلاسل الزمنية

بواسطة الأوساط المتحركة

تعتمد هذه الطريقة على حساب المتوسط الحسابي لعدد معين من المستويات الأولى للسلسلة الزمنية، ثم حساب المتوسط الحسابي لعدد آخر من مستويات السلسلة الزمنية يساوي العدد الأول ولكن بدءا من المستوى الثاني من مستويات السلسلة الزمنية، ثم نحسب المتوسط الحسابي بدءا من المستوى الثالث وهكذا.

نلاحظ أنه أثناء قيامنا بحساب هذه المتوسطات كأننا نتحرك -نتدحرج- على السلسلة الزمنية بدءا من بدايتها نحو نهايتها، وفي كل مرة نتخلص من مستوى واحد في البداية ونضيف المستوى الموالي. وفيما يلي مثال عن تسوية زمنية باستخدام الأوساط المتحركة.

جدول رقم (06) : المبيعات السنوية لإحدى المساحات الكبرى

السنة	قيمة المبيعات السنوية	الأوساط المتحركة على أساس 3 سنوات	الأوساط المتحركة أساس 5 سنوات
1983	2010	-	-
1984	2025	2025,6	-
1985	2042	1992,3	1989,4
1986	1910	1970,6	2007,6
1987	1960	1990,3	2012,6
1988	2101	2037,0	2030,2
1989	2050	2093,6	2078,6
1990	2130	2110,6	2107,2
1991	2152	2128,3	2103,0
1992	2103	2111,6	2131,6
1993	2080	2125,3	-
1984	2193	-	-

نستعمل عادة عدد فردي للفترات الزمنية التي بحسب على أساسها الوسط الحسابي المتحرك مثل 3 فترات كما هو في العمود رقم 3 من الجدول رقم (6)، أو 5 فترات كما هو في العمود رقم 4 من نفس الجدول، ويتم تنسيب الوسط الحسابي إلى الفترة الوسطى.

لقد تم حساب المتوسط الحسابي الأول في العمود رقم 3 كالتالي :

$$2025,6 = \left(\frac{2042 + 2025 + 2010}{3} \right)$$

وتم تنسيب هذا المتوسط إلى سنة 1984 باعتبارها متوسط السنتين 1983

و1985، وتم الحصول على المتوسط الحسابي الثاني في نفس العمود كالتالي :

$$1992,3 = \left(\frac{1910 + 2042 + 2025}{3} \right)$$

وتم تنسيبه إلى سنة 1985 وهكذا.

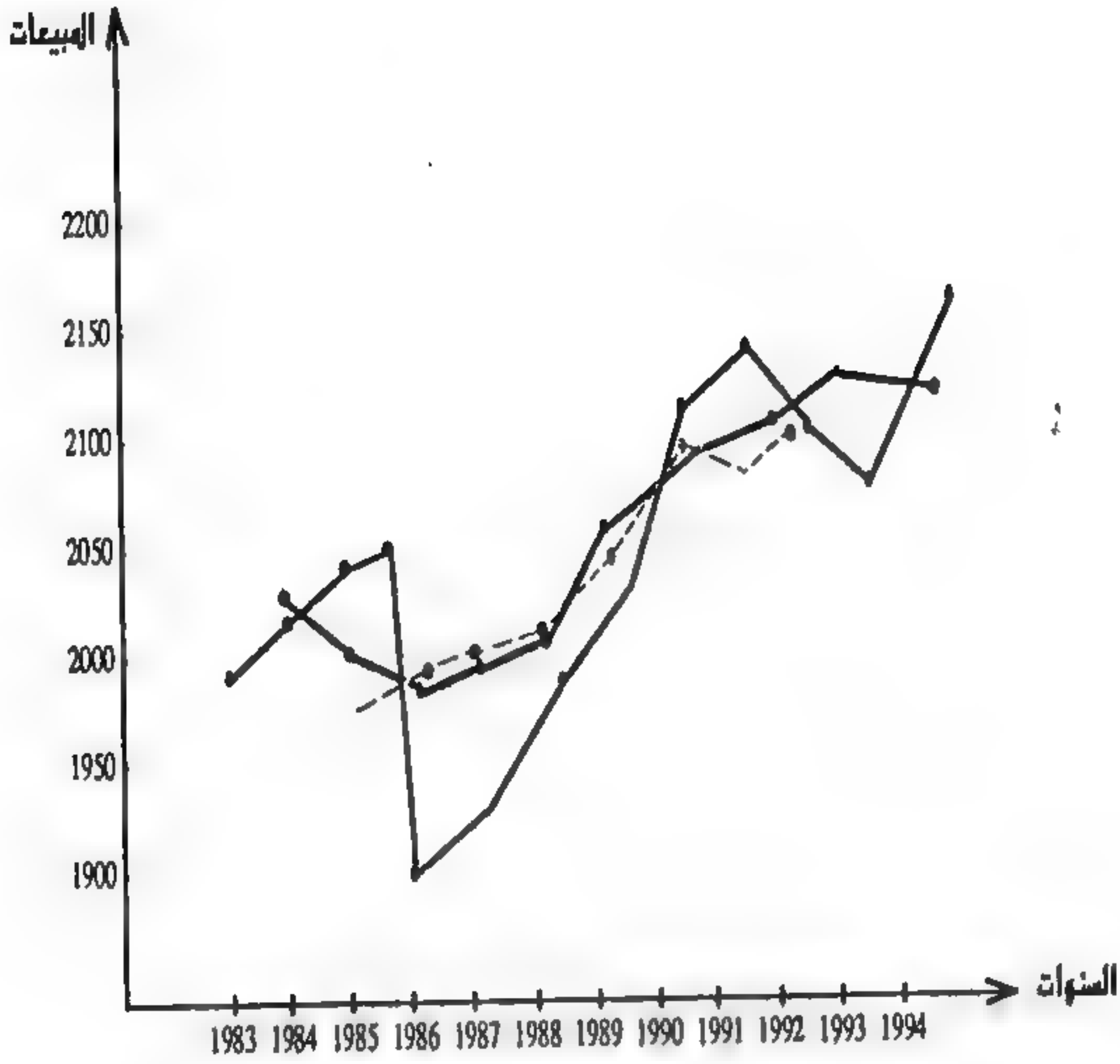
أما المتوسط الحسابي الأول في العمود رقم 4 فقد تم الحصول عليه كالتالي :

$$1989,4 = \left(\frac{1960 + 1910 + 2042 + 2025 + 2010}{5} \right)$$

وتم تنسيبه إلى سنة 1985 لأنها تتوسط السنوات 1983، 1984، 1985،

1986، 1987 وهكذا.

يلاحظ أن تسوية السلاسل الزمنية وفقا لطريقة الأوساط المتحركة ينجم عنه تقليص عدد مستويات السلسلة الزمنية في أولها وفي آخرها بمقدار $(N-1)/2$ حيث N هو الأساس الذي أستخدم في حساب الوسط الحسابي. وبالتالي فكلما كان الأساس كبيرا كلما إزداد تقلص عدد المستويات، في حين أنه كلما كان هذا الأساس كبيرا كلما أدى ذلك إلى إستبعاد العوامل العشوائية وأعطى نتائج أفضل في وصف تطور السلسلة الزمنية كما هو واضح من خلال الرسم البياني التالي :



شكل رقم (3) : المبيعات السنوية لإحدى المساحات الكبرى

- المستويات المطلقة الفعلية
- الأوساط المتحركة أساس 3
- - الأوساط المتحركة على أساس 5

نجد الإشارة إلى أنه عند إستخدامنا لطريقة الأوساط المتحركة في التوقع نقوم بتنسيب الوسط الحسابي ليس إلى الفترة الوسطى، إنما إلى الفترة اللاحقة لآخر فترة حسب على أساسها الوسط الحسابي، أي أن الوسط الحسابي المتحرك هو نفسه

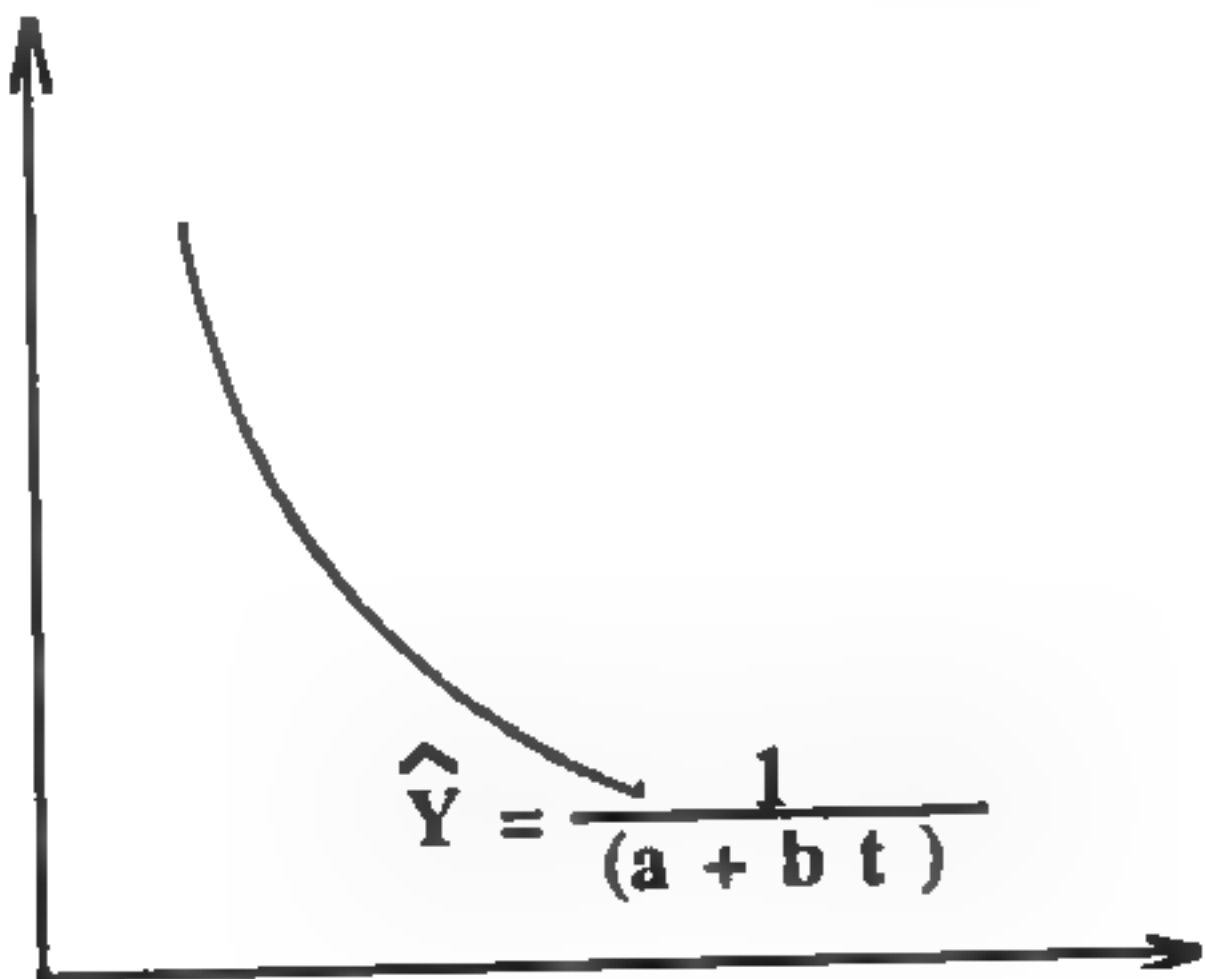
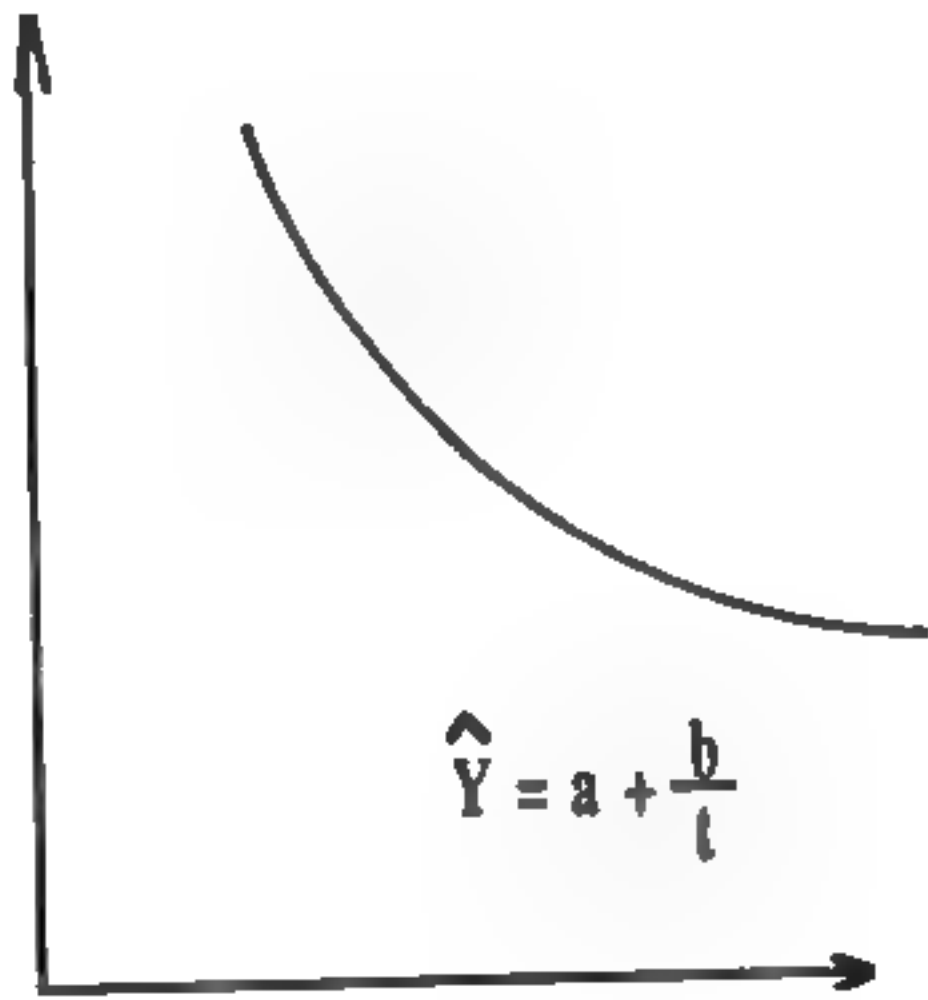
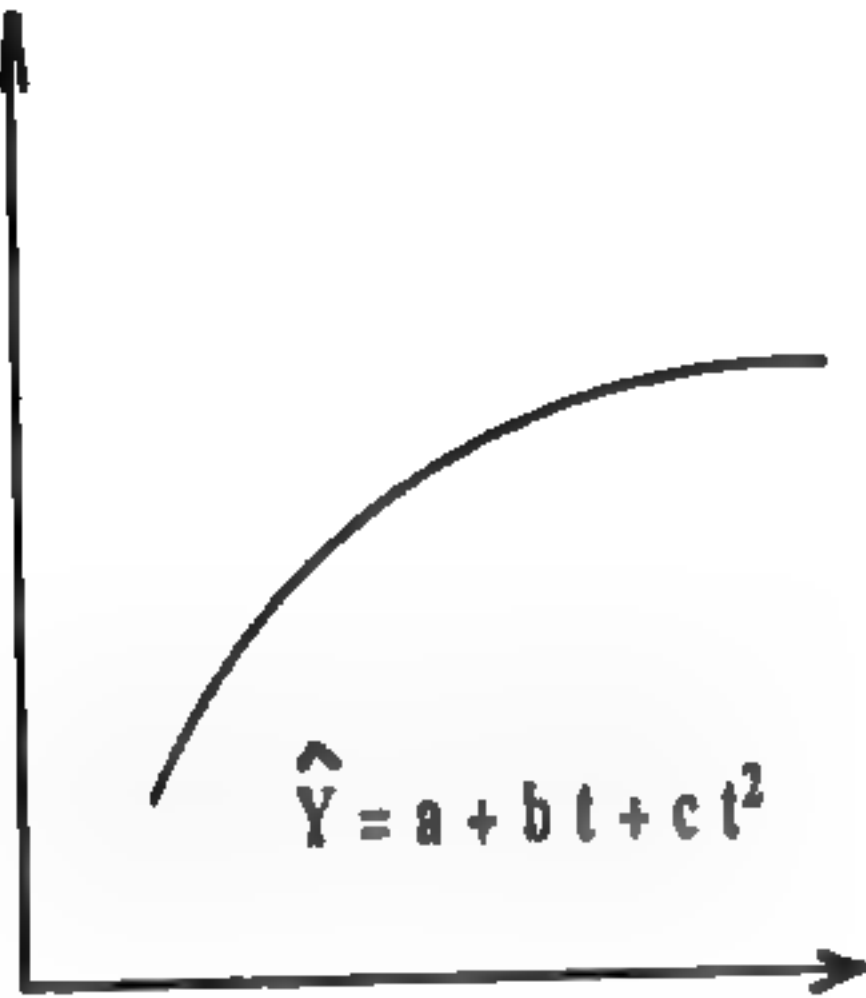
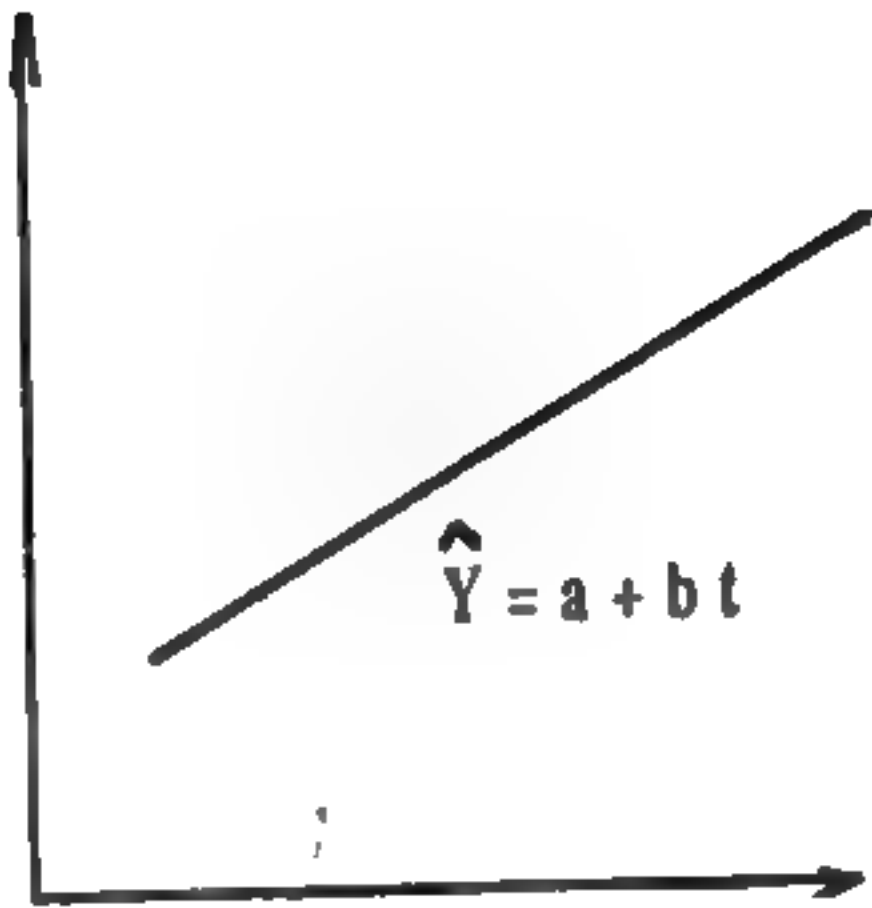
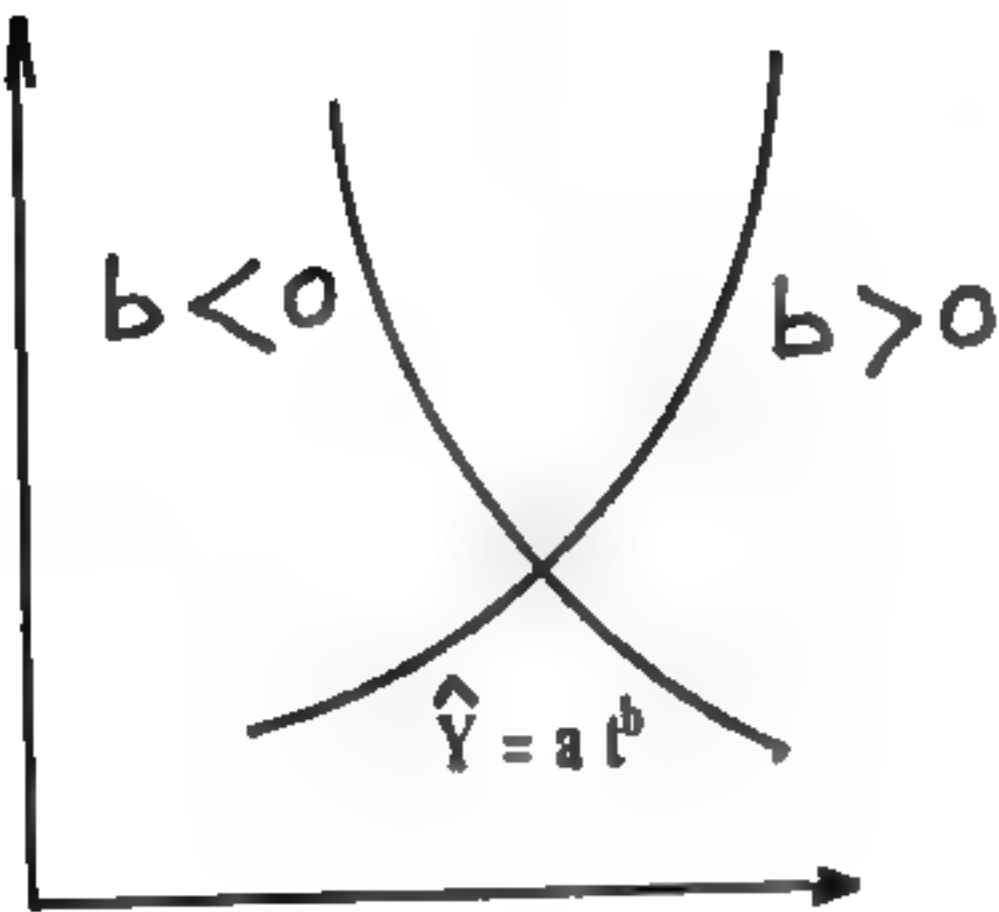
المستوى المتوقع. وبالتالي فعند إستخدام تقنية الأوساط المتحركة من أجل التوقع لا يشترط أن يكون الأساس فرديا، وسنرى ذلك بالتفصيل في الفصل القادم.

2 - 5 - 2 - تسوية السلاسل الزمنية بواسطة معادلة الاتجاه

تنطوي هذه الطريقة على صياغة معادلة بحيث $Y_t = f(t)$ ، أي أن مستويات السلسلة الزمنية Y_t دالة إحصائية في الزمن t ، ويمثل الزمن هنا المحصلة النهائية لجميع العوامل المؤثرة في الظاهرة المدروسة Y [7 ص 41].
ومن أجل إستخدام معادلة الاتجاه في تسوية السلسلة الزمنية لابد من المرور بالخطوات التالية :

1 - تحديد شكل معادلة الاتجاه

رغم أن الكثير من المراجع تستخدم دون تبرير معادلة الخط المستقيم $\hat{Y} = a + bt$ لوصف تطور ظاهرة معينة عبر الزمن، غير أن حقيقة تطور الظواهر كثيرا ما تكون معقدة وقد تتطلب أشكال أخرى من المعادلات.
إن أبسط الطرق لمعرفة شكل المعادلة المناسب لتسوية السلسلة الزمنية هي التمثيل البياني لمستويات السلسلة الزمنية، ثم محاولة إستنباط شكل المعادلة من خلال شكل إنتشار سحابة النقاط على الرسم البياني، وفيما يلي بعض الأشكال التي يمكن مصادفتها في السلاسل الزمنية الخاصة بالظواهر الإقتصادية والاجتماعية :



كما يمكن اللجوء إلى تحليل طبيعة الزيادات المطلقة بين فترة وأخرى ΔY_i وكذا الزيادات من المرتبة الثانية $\Delta^2 Y_i$ والثالثة $\Delta^3 Y_i$ لمعرفة طبيعة نمو الظاهرة وبالتالي تحديد معادلة الاتجاه [2 ص 212].

وقد نضطر لتقدير أكثر من معادلة (مثلا خطية بسيطة $\hat{Y} = a + b t$ ومتعرة من الدرجة الثانية $\hat{Y} = a + b t + c t^2$) ثم يتم إختيار تلك المعادلة التي تعطي أقل خطأ معياري للتقدير.

2 - تقدير معالم معادلة الاتجاه

بعد الإنتهاء من تحديد شكل المعادلة المناسب لوصف تطور الظاهرة خلال الفترة المدروسة نقوم بتقدير معالم تلك المعادلة ونستخدم عادة طريقة المربعات الصغرى.

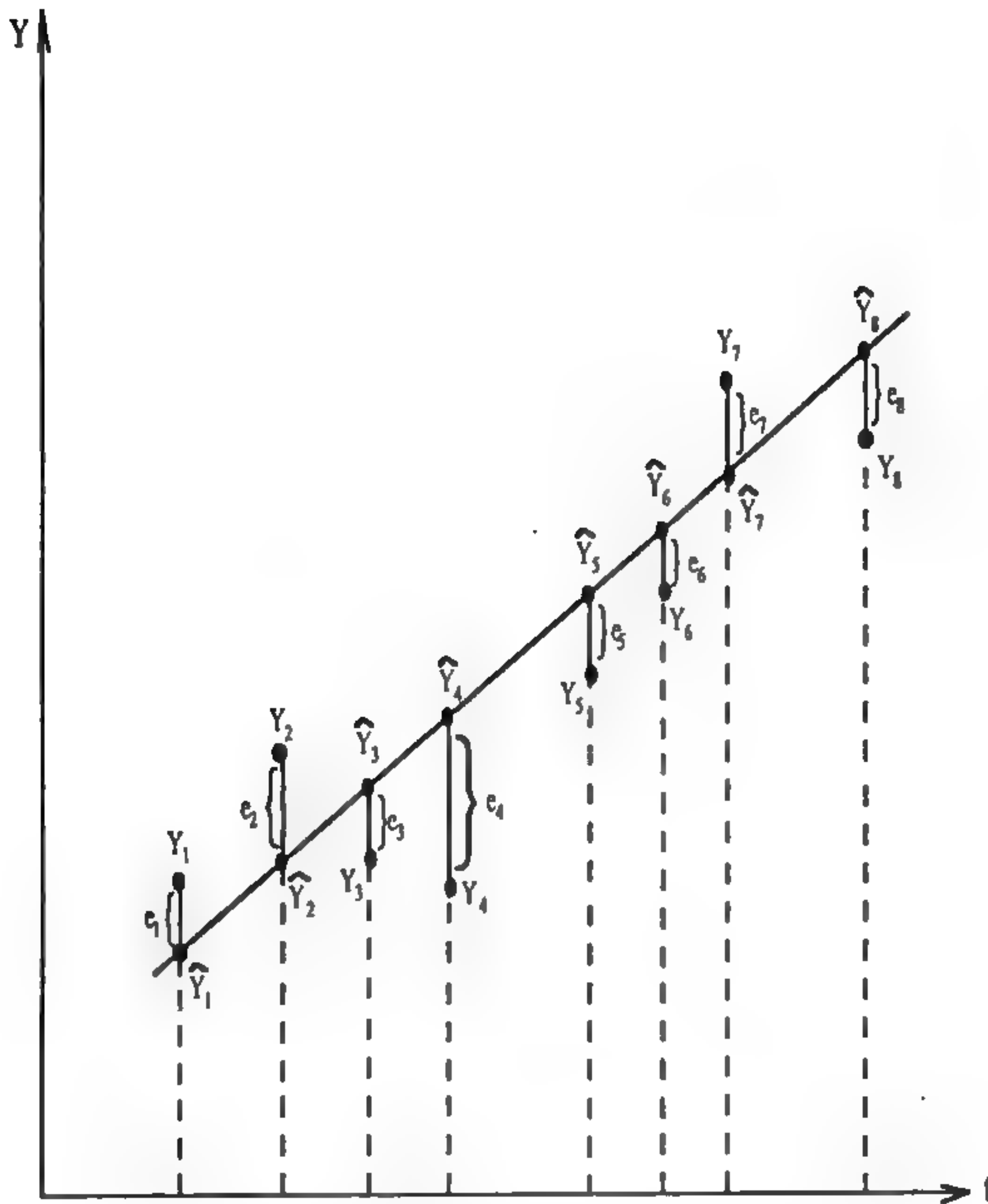
يقوم مبدأ المربعات الصغرى على جعل مجموع إنحرافات القيم الفعلية عن المقدرة أقل ما يمكن.

فإذا كانت المستويات المقدرة في العينة المدروسة تحدد وفقا لمعادلة الخط المستقيم $\hat{Y} = a + b t$ بينما المستويات الفعلية تحدد وفقا للمعادلة $Y = a + b t + e$ فإن مبدأ المربعات الصغرى يهدف إلى جعل المقدار التالي أقل ما يمكن :

$$SSE^{(*)} = \sum e_i^2 = \sum (Y - \hat{Y})^2 = \text{MIN}.$$

حيث e_i تمثل الفرق بين المستويات الحقيقية Y_i والمستويات المقدرة \hat{Y}_i والرسم البياني التالي يوضح فكرة المربعات الصغرى.

(*) SSE - Sum of squares of errors.



شكل رقم (4) : مبدأ المربعات الصغرى

لدينا : $SSE = \sum (Y - \hat{Y})^2$

بالتعويض عن \hat{Y} حيث $\hat{Y} = a + bt$ ينتج لدينا :

$$SSE = \sum (Y - a - bt)^2$$

ولما كان $SSE = f(a, b)$ وبالتالي فإن أصغر مقدار لـ SSE يمكن الحصول

عليه بإجراء الاشتقاق الجزئية بالنسبة لكل معلمة وجعلها مساوية للصفر :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sum e_i^2}{\partial a} &= -2 \sum (Y - a - bt) = 0 \\ &= \sum Y - na - b \sum t = 0 \end{aligned}$$

$$\sum Y = na + b \sum t$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b} = -2 \sum t(Y - a - bt) = 0$$

$$\sum Yt - a \sum t - b \sum t^2 = 0$$

$$\sum Yt = a \sum t + b \sum t^2$$

وبالتالي فإن عملية تقدير المعلمتان a و b يتم بحل المعادلتين :

$$\sum Y = na + b \sum t$$

$$\sum Yt = a \sum t + b \sum t^2$$

وبنفس الطريقة يمكننا تقدير معاملات أي شكل آخر لمعادلة الاتجاه. فلو كنا

مثلا أمام معادلة من الشكل : $Y = b_0 + b_1t + b_2t^2$.

فإن : $SSE = \sum e_i^2 = \sum (Y - b_0 - b_1t - b_2t^2)^2$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b_0} = -2 \sum (Y - b_0 - b_1t - b_2t^2) = 0$$

$$\sum Y - nb_0 - b_1 \sum t - b_2 \sum t^2 = 0$$

$$\sum Y = nb_0 + b_1 \sum t + b_2 \sum t^2 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b_1} = -2 \sum t (Y - b_0 - b_1 t - b_2 t^2) = 0$$

$$\sum Y t - b_0 \sum t - b_1 \sum t^2 - b_2 \sum t^3 = 0$$

$$\sum Y t = b_0 \sum t + b_1 \sum t^2 + b_2 \sum t^3 \dots (2)$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b_2} = -2 \sum t^2 (Y - b_0 - b_1 t - b_2 t^2) = 0$$

$$\sum Y t^2 - b_0 \sum t^2 - b_1 \sum t^3 - b_2 \sum t^4 = 0$$

$$\sum Y t^2 = b_0 \sum t^2 + b_1 \sum t^3 + b_2 \sum t^4 \dots (3)$$

وبنفس الطريقة يمكننا إستنباط المعادلات اللازمة لتقدير أي شكل من أشكال معادلات الاتجاه الممكنة.

3 - تسوية السلسلة الزمنية وفقا لمعادلة الاتجاه

بعد تقدير المعادلة نقوم بالتعويض عن قيم t في المعادلة المقدرة ومن ثم إستنتاج المستويات المقدرة \hat{Y}_t المقابلة للمستويات الفعلية Y_t .

ملاحظة

من أجل إختصار العمليات الحسابية يمكننا إعطاء قيم t بحيث يصبح $\sum t = 0$ وبالتالي تكتب المعادلتين السابقتين الخاصتين بمعادلة الاتجاه من الشكل $\hat{Y} = a + bt$ كالتالي :

$$\sum Y = n a$$

$$\sum Y t = b \sum t^2$$

ومنه :

$$b = \frac{\sum Y_t}{\sum t^2} , \quad a = \frac{\sum Y}{n}$$

مثال : إذا كانت لدينا الإحصاءات التالية خاصة بالإنتاج السنوي لإحدى

المؤسسات خلال الفترة 1988 - 1994 كالتالي :

جدول رقم (7) : الإنتاج السنوي لإحدى المؤسسات 1988 - 1994

والمجاميع اللازمة لتقدير معادلة الاتجاه

السنة	الإنتاج السنوي (Y)	t	Yt	t ²	Ŷ
1988	129,6	- 3	- 388,8	9	129,12
1989	147,9	- 2	- 295,8	4	148,12
1990	166,1	- 1	- 166,1	1	167,12
1991	186,2	0	0	0	186,12
1992	206,6	1	206,6	1	205,12
1993	223,6	2	447,2	4	224,12
1994	242,9	3	728,7	9	243,12
المجموع	1302,9	0	531,8	28	1302,84

ملاحظة : من المفروض أن $\sum Y = \sum \hat{Y}$ والاختلاف البسيط راجع إلى أخذنا فقط

لرقمين بعد الفاصلة في عمود \hat{Y}_i .

$$b = \frac{\sum Y t}{\sum t^2} = \frac{531,8}{28} = 19 \text{ و } a = \frac{\sum Y}{n} = \frac{1302}{7} = 186,12$$

وبالتالي فإن معادلة الاتجاه هي : $\hat{Y} = 186,12 + 19 t$

ملاحظة

بالنسبة لقيم t في معادلة الاتجاه يمكننا إعطاؤها قيم معينة بحيث يكون $\sum t = 0$ كما فعلنا في مثالنا أعلاه. ففي حالة كون عدد مستويات السلسلة الزمنية زوجي فإننا نعطي للقيمتين الوسطيتين -1 و +1 ثم نكمل نحو الأعلى -3 ، -5 ، -7 ونحو الأسفل +3 ، +5 ، +7.

2 - 6 - التقلبات الموسمية في السلاسل الزمنية

تتسم بعض الظواهر الإقتصادية والاجتماعية بالتقلبات الموسمية، أي أن مستوياتها ترتفع في فترات معينة من السنة وتنخفض في فترات أخرى، هذه التقلبات التي تحدث لمستوى الظاهرة خلال السنة والتي لها طابع الانتظام من سنة إلى أخرى تسمى بالموسمية، يمكننا ملاحظة مثل هذه التقلبات الموسمية في الإنتاج الزراعي خاصة، كما يمكن ملاحظتها في مجالات أخرى مثل إستهلاك الطاقة المنزلية خلال أشهر أو فصول السنة.

إن الإرتفاع أو الإنخفاض الحاد في مستوى الظاهرة خلال شهور السنة يؤدي إلى سوء إستغلال القوى العاملة ووسائل الإنتاج والذي يؤدي بدوره إلى إنخفاض الإنتاجية وإرتفاع تكاليف الإنتاج، مما يؤدي إلى الخسائر، سواء كان ذلك على مستوى المؤسسة أو بالنسبة للإقتصاد الوطني ككل. من هنا تبرز ضرورة دراسة وقياس التقلبات الموسمية بهدف الحد من تأثيراتها السلبية.

هناك عدد من الطرق الإحصائية لإبراز وقياس التقلبات الموسمية وعادة ما يستخدم الرقم القياسي الموسمي والذي يعرف على أنه النسبة المئوية للمستوى الفعلي للشهر (أو الثلاثي) مقارنة بالمستوى المعدل بالنسبة لنفس الفترة.

$$I_s = \frac{Y_i}{\hat{Y}_i} \cdot 100$$

حيث I_s الرقم القياسي الموسمي، Y_i مستوى الظاهرة الفعلي في الفترة i ، \hat{Y}_i مستوى الظاهرة المعدل والمقابل للفترة i .

إن مستويات الظاهرة الموسمية قد تتأثر ببعض العوامل العشوائية، لهذا فإن الأرقام القياسية الموسمية عادة تحسب على أساس عدة سنوات، وذلك سواء بإيجاد متوسط الأرقام القياسية الخاص بكل فترة، وذلك بجمع الأرقام القياسية الموسمية لكل فترة ثم قسمتها على عددها أي :

$$I_s = \frac{\sum_{i=1}^n I_s}{n}$$

أو بإيجاد متوسط مستوى الظاهرة الخاص بكل شهر خلال السنوات المدروسة ثم حساب الرقم القياسي الموسمي الخاص بكل شهر أي : $I_s = \frac{\bar{Y}_i}{\hat{Y}_i}$ وسنرى تطبيقا لذلك في المثال القادم.

أما المستوى المعدل \hat{Y}_i فإن تقديره يختلف وفقا لطبيعة تطور التقلبات الموسمية من سنة إلى أخرى، فإذا كانت هذه التقلبات مستقرة، أي أن مستوى الظاهرة في نفس الشهر من سنة إلى أخرى يتغير ولكن دون أن يكون له اتجاه نحو

الزيادة أو النقصان، في هذه الحالة يمكن إعتبار أن المستوى المعدل \hat{Y}_i هو الوسط الحسابي لجميع مستويات الظاهرة خلال السنوات المدروسة، وبالتالي فإن الرقم القياسي الموسمي عند السلاسل الزمنية المستقرة يحسب وفقا للعلاقة :

$$I_s = \frac{\bar{Y}_i}{\bar{Y}} \cdot 100$$

حيث : \bar{Y}_i متوسط مستوى الظاهرة الخاص بفترة معينة خلال السنوات المدروسة.

\bar{Y} المتوسط العام لمستوى الظاهرة الخاص بكل فترة خلال السنوات المدروسة (فإذا كانت هذه الفترة شهر فإن \bar{Y} هو المتوسط الشهري لمستوى الظاهرة خلال السنوات المدروسة).

وفيما يلي مثال عن حساب الأرقام القياسية للتقلبات الموسمية عند استقرار مستويات الظاهرة من سنة إلى أخرى -أنظر الجدول رقم 8 - .

لقد تم حساب الأرقام القياسية الشهرية كالتالي :

$$I_{Jan.} = \frac{\bar{Y}_{Jan.}}{\bar{Y}} \cdot 100 = \frac{4,3}{5,6} \cdot 100 = 76\%$$

$$I_{Fev.} = \frac{\bar{Y}_{Fev.}}{\bar{Y}} \cdot 100 = \frac{4,3}{5,6} \cdot 100 = 76\%$$

$$I_{Mars} = \frac{\bar{Y}_{Mars}}{\bar{Y}} \cdot 100 = \frac{4,6}{5,6} \cdot 100 = 82\%$$

وهكذا بالنسبة لباقي الأرقام القياسية لبقية الأشهر.

جدول رقم (8) حساب الأرقام القياسية للتقلبات الموسمية الخاصة

بالإنتاجية الوسطية ليوم عمل آلة زراعية

الأرقام القياسية للتقلبات الموسمية $I = \frac{\bar{Y}_i}{\bar{Y}} \cdot 100$ (%)	الوسط الحسابي لشهر \bar{Y}_i	الإنتاجية الوسطية ليوم عمل آلة زراعية هـ / يوم			الأشهر
		1995	1994	1993	
(4,3 : 5,6) 76	4,3	4,3	4,2	4,4	1
(4,3 : 5,6) 76	4,3	4,5	4,1	4,3	2
(4,6 : 5,6) 82	4,6	5,0	4,2	4,5	3
105	5,9	6,0	5,4	6,2	4
125	7,0	7,1	6,8	7,0	5
112	6,3	6,5	6,3	6,0	6
110	6,2	6,3	6,0	6,3	7
132	7,4	7,5	7,0	7,7	8
130	7,3	7,1	7,2	7,6	9
107	6,0	6,2	5,9	6,0	10
79	4,4	4,5	4,3	4,4	11
75	4,2	4,2	4,1	4,3	12
100	$\bar{Y} = 5,6$	5,8	5,4	5,7	المتوسط الحسابي

نلاحظ أن مستوى الإنتاجية في جانفي يقل بـ 24% عن المتوسط السنوي. وفي مارس يقل بـ 18% عن المتوسط السنوي. أما في شهر سبتمبر فهو يزيد بـ 32% عن المتوسط السنوي وكذلك في أكتوبر فهو يزيد عن المتوسط السنوي بـ 30%.

أما إذا لاحظنا أن مستويات السلسلة الزمنية الخاصة بنفس الفترة تميل إلى الزيادة من سنة إلى أخرى فإن المستويات المعدلة \bar{Y}_i يتم تقديرها بواسطة معادلة

الإتجاه باعتبارها من الشكل الخطي البسيط $\hat{Y} = a + bt$.

وستعرف من خلال المثال التالي عن كيفية حساب الأرقام القياسية الموسمية عندما تتجه مستويات الظاهرة نحو الزيادة من سنة إلى أخرى.

جدول رقم (9) : إنتاج الحليب في إحدى الولايات خلال 3 سنوات

الأشهر	إنتاج الحليب (ألف لتر)		
	1993	1994	1995
جانفي	35	48	68
فيفري	30	42	55
مارس	28	40	50
أفريل	25	36	42
ماي	22	38	54
جوان	38	46	65
جويلية	52	70	90
أوت	85	95	120
سبتمبر	92	115	145
أكتوبر	80	102	130
نوفمبر	75	94	120
ديسمبر	50	75	95

وبالتعامل مع المعطيات الإحصائية للسنوات الثلاثة على أنها سلسلة زمنية واحدة وإعطاء قيم لـ t بحيث يكون $\sum t = 0$ ، فإنه يمكننا تقدير معادلة الإتجاه، وبالتالي الحصول على المستويات المقدرة \hat{Y}_t المقابلة لكل شهر من شهور السنوات الثلاثة.

$$a = \frac{\sum Y}{n} = \frac{2447}{36} = 68 \quad \text{لدينا :}$$

$$b = \frac{\sum Yt}{\sum t^2} = \frac{7784,5}{3885} = 2$$

إذا معادلة الاتجاه هي : $\hat{Y} = 68 + 2t$.

جدول رقم (10) : حساب الأرقام القياسية الموسمية لإنتاج

الحليب في ثلاثة ولايات (مستويات الإنتاج في

تزايد من فترة إلى أخرى)

الشهور	المستويات الفعلية Y_i			المستويات المقدرة \hat{Y}_i			الأرقام القياسية لكل شهر (%)			\bar{I}_s %
	1993	1994	1995	1993	1994	1995	من سنوات الثلاثة I_s	1993	1994	1995
جانفي	35	48	68	33	57	81	106,1	84,2	83,9	91,4
فيفري	30	42	55	35	59	83	85,7	71,1	66,3	74,4
مارس	28	40	50	37	61	85	75,7	65,5	58,8	66,7
أفريل	25	36	42	39	63	87	64,1	57,1	48,3	56,5
ماي	22	38	54	41	65	89	53,7	58,5	60,7	57,6
جوان	38	46	65	43	67	91	88,4	68,7	71,4	76,2
جويلية	52	70	90	45	69	93	115,6	101,4	96,8	104,6
أوت	85	95	120	47	71	95	180,9	133,8	126,3	147,0
سبتمبر	92	115	145	49	73	97	187,8	157,5	149,5	164,9
أكتوبر	80	102	130	51	75	99	156,9	136,0	131,3	141,4
نوفمبر	75	94	120	53	77	101	141,5	122,1	118,8	127,5
ديسمبر	50	75	95	55	79	103	90,9	94,9	92,2	92,7

وبالتالي يمكننا الحصول على الأرقام القياسية الموسمية لكل شهر من شهور السنوات الثلاثة وبعدها نحسب متوسط الأرقام القياسية الموسمية لكل شهر وذلك بجمع الأرقام القياسية الموسمية الخاصة بشهر معين وقسمتها على عددها - أي على 3 في مثالنا - وبالتالي نكون قد حصلنا على الأرقام القياسية الموسمية لكل شهر السنة كما هو مبين في العمود الأخير من الجدول رقم (10).

الفصل الثالث : تقنيات التوقع

بفترة زمنية واحدة

نذكر أن هناك مدخلين لعملية التوقع، الأول يعتمد على تحليل ودراسة السلسلة الزمنية الخاصة بالظاهرة المدروسة ومحاولة تحديد القانون الأساسي الذي يحكم تطورها ومن ثم محاولة تمديدتها إلى الفترة المستقبلية، وذلك دون البحث في العوامل التي تدفع بالظاهرة المدروسة إلى التغير عبر الزمن.

أما المدخل الثاني فهو يعتمد على تحليل الظاهرة والتوقع بمستوياتها من خلال التطورات المتوقعة في العوامل المفسرة.

سنعترف في هذا الفصل على أهم التقنيات التي تعتمد على المدخل الأول، مجموعة التقنيات التي سنتعرف عليها في هذا الفصل يطلق عليها عادة وفي أغلب المراجع بتقنيات التوقع قصيرة المدى، يجب الإشارة إلى أن كل التقنيات التي سنتعرف عليها في هذا الفصل هي تقنيات للتوقع عند السلاسل الزمنية المستقرة، وهي تقنيات تمكنا فقط من التوقع بفترة زمنية واحدة لأن التوقع للفترة $t+1$ تتطلب حضور المشاهدة الفعلية الخاصة بالفترة t .

3 - 1 - التوقع باستخدام تقنية

الأوساط المتحركة البسيطة

تعتمد هذه التقنية على حساب متوسط حسابي على أساس عدد معين من الفترات وتنسيبه إلى الفترة الموالية لآخر فترة حسب على أساسها الوسط الحسابي، أي أن التوقع في هذه الحالة هو عبارة عن :

$$\hat{X}_{t+1} = \frac{X_t + X_{t-1} + \dots + X_{t-N+1}}{N}$$

$$\hat{X}_{t+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=t-N+1}^t X_i \quad \text{أي :}$$

حيث : \hat{X}_{t+1} - التوقع للفترة $t+1$.

X_t - المستوى الفعلي للفترة t .

t دليل الفترة، N عدد المستويات التي حسب على أساسها الوسط الحسابي

(الأساسي).

جدول رقم (11) : التوقع بالطلب على ساعة معينة باستخدام

الأوساط المتحركة البسيطة

أشهر السنة 1995	الفترة t	الطلب الفعلي X_t	التوقع \hat{X}_t (على أساس $N = 3$)	التوقع \hat{X}_t (على أساس $N = 5$)
1	2	3	4	5
جانفي	1	2000	-	-
فيفري	2	1350	-	-
مارس	3	1950	-	-
أفريل	4	1975	1767	-
ماي	5	3100	1758	-
جوان	6	1750	2342	2075
جويلية	7	1550	2275	2025
أوت	8	1300	2133	2065
سبتمبر	9	2200	1533	1935
أكتوبر	10	2770	1683	1980
نوفمبر	11	2350	2092	1915
ديسمبر	12	-	2440	2034

وفي الجدول (11) مثال عن إحدى المؤسسات تستخدم هذه التقنية في التوقع بالطلب على منتجاتها، نفترض أن هذه المؤسسة استخدمت أساسين في حساب الأوساط المتحركة 3 و 5، ويفرض أننا الآن في نهاية شهر نوفمبر من سنة 1995 وبالتالي فكل مستويات الطلب الفعلية معروفة لدينا بدءاً من شهر نوفمبر إلى أول شهر من سنة 1995 وبالتالي فالمهمة الآن هي إعداد التوقع للشهر المقبل أي لشهر ديسمبر 1995.

نلاحظ أن المستوى الأخير من العمود رقم 4، أي المستوى المتوقع للطلب الخاص بشهر ديسمبر 1995، $\hat{X}_{12} = 2440$ هو عبارة عن متوسط المستويات الفعلية للطلب في الشهور الثلاثة الأخيرة :

$$\hat{X}_{DEC.} = \frac{X_{NOV.} + X_{OCT.} + X_{SEP.}}{3} = \frac{2350 + 2770 + 2200}{3} = 2440$$

أما المستوى الأخير من العمود رقم 5، أي المستوى المتوقع للطلب في شهر ديسمبر 1995، $\hat{X}_{12} = 2440$ ، هو عبارة عن متوسط المستويات الفعلية للطلب في الشهور الخمسة الأخيرة :

$$\begin{aligned}\hat{X}_{DEC.} &= \frac{X_{NOV.} + X_{OCT.} + X_{SEP.} + X_{AOUT.} + X_{JUIL.}}{5} \\ &= \frac{2350 + 2770 + 2200 + 1300 + 1550}{5} = 2034\end{aligned}$$

ومن أجل المفاضلة بين الأساسين $N = 3$ و $N = 5$ علينا بحساب الخطأ المعياري للتوقع بالنسبة لكل أساس ونقول عن الأساس الذي يعطي أقل مقدار لـ σ بأنه الأفضل، ومن أجل ذلك يجب القيام بما يلي :

جدول رقم (12) : مقارنة التوقعات باستخدام الأوساط المتحركة

على أساس 3 والأوساط المتحركة على أساس 5

الأوساط المتحركة على أساس N = 5			الأوساط المتحركة على أساس N = 3			الطلب الفعلي	الفترة
$(X - \hat{X})^2$	$X_t - \hat{X}_t$	\hat{X}_t	$(X - \hat{X})^2$	$X_t - \hat{X}_t$	\hat{X}_t	X_t	
-	-	-	-	-	-	2000	1
-	-	-	-	-	-	1350	2
-	-	-	-	-	-	1950	3
-	-	-	43264	+ 208	1767	1975	4
-	-	-	1800964	+ 1342	1758	3100	5
105625	- 325	2075	350464	- 592	2342	1750	6
225625	- 475	2025	525625	- 725	2275	1550	7
585225	- 765	2065	693889	- 833	2133	1300	8
70225	+ 265	1935	444889	+ 667	1533	2200	9
624100	+ 790	1980	1181569	+ 1087	1683	2770	10
189225	-	1915	66564	+ 258	2092	2350	11
-	-	2034	-	-	2440	-	12
1800025	-	-	4593339	-	-	-	المجموع

يلاحظ أن الخطأ المعياري للتوقع عند الأوساط المتحركة على أساس N=3 هو:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \hat{X})^2}{n - N - 1}} = \sqrt{\frac{4593339}{8}} = 757,73$$

بينما الخطأ المعياري للتوقع عند الأوساط المتحركة على أساس N = 5 هو :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X - \hat{X})^2}{n - N - 1}} = \sqrt{\frac{1800025}{6}} = 547,72$$

وبالتالي يمكننا استنتاج أن التوقع باستخدام الأوساط المتحركة على أساس

خمسة شهور أفضل من التوقع باستخدام الأوساط المتحركة على أساس ثلاثة شهور،

وذلك عند التوقع بالطلب الشهري على منتجات المؤسسة المعنية.

وبصفة عامة كلما أدخلنا عدد أكبر من المشاهدات في حساب المتوسط المتحرك كلما كان أفضل، أي كلما تمكنا من استبعاد آثار العوامل العشوائية التي تشوش على مسار تطور الظاهرة، بشرط أن تستجيب السلسلة الزمنية للمستويات الفعلية لشروط السلسلة الزمنية المستقرة.

3-1-1 - مجالات استخدام طريقة

الأوساط المتحركة البسيطة

تتلاءم هذه التقنية عندما تكون هناك مجموعة كبيرة من السلع موضوع التوقع، مثل التوقع بحجم الطلب على عشرات منتجات المؤسسة، لأنه عندما يتعلق الأمر بعدد كبير من السلع فإن الأمر يتعلق أيضا بعدد كبير من السلاسل الزمنية وبالتالي فإن استخدام تقنيات معقدة قد يصبح مكلفا ويستغرق وقتا.

إن هذه التقنية يمكن استخدامها على مستوى المؤسسة في التوقع على عشرات السلع التي تنتجها أو التي تسوقها وبأسعار عشرات المواد الأولية والسلع الوسيطة التي تستخدمها وغيرها.

أما على المستوى الكلي فيمكن أن تستخدم في التوقع بعدد البطالين حسب فروع النشاط الإقتصادي، التوقع بمستويات الأرقام القياسية لأسعار مختلف السلع الإستهلاكية والرأسمالية وغيرها من الاستخدامات.

3-1-2 - نقاط تقنية الأوساط المتحركة البسيطة

نذكر أن هذه التقنية تستخدم فقط للتوقع بفترة زمنية واحدة، نظرا لأن التوقع بفترة زمنية مولية يتطلب حضور المشاهدة الفعلية الأخيرة، وفي مثالنا السابق كان يمكننا التوقع بمستوى الطلب لمدة شهر فقط، بالإضافة إلى أن هذه التقنية تستخدم

فقط عند السلاسل الزمنية المستقرة.

بالإضافة إلى ذلك فإن تقنية الأوساط المتحركة البسيطة لا تعط الاعتبار لكل المشاهدات الفعلية المتاحة، فهي لا تستخدم من المشاهدات الفعلية المتاحة سوى العدد N ، ثم أن هذه التقنية تعطي نفس الأوزان -وبالتالي نفس الأهمية- لجميع المستويات والتي عددها N التي تدخل في حساب الوسط الحسابي، وبالتالي فهذه التقنية لا تستجيب للمستجدات الحديثة التي تكون قد طرأت على طبيعة تغير الظاهرة، والتقنية الموالية التي سنتعرف عليها تحاول تجاوز هذا النقص، وذلك بإعطاء أوزان مختلفة لمستويات الظاهرة التي تدخل في حساب الوسط الحسابي المتحرك.

3 - 2 - التوقع باستخدام تقنية

الأوساط المتحركة المرجحة

إنطلاقاً من إحدى النقائص الأساسية لتقنية الأوساط المتحركة البسيطة باعتبارها تعطي نفس الأوزان لجميع قيم الأساس N ، فإن تقنية الأوساط المتحركة المرجحة تحاول تجاوز هذا النقص بإعطاء أوزان مختلفة للمستويات الفعلية والتي عددها N ، وذلك بإعطاء أهمية أكبر للمستويات الفعلية الحديثة.

فإذا كان المستوى المتوقع \hat{X}_{t+1} يتحدد بأوساط متحركة على أساس ثلاثة فترات فإن :

$$\hat{X}_{t+1} = K_1 X_t + K_2 X_{t-1} + K_3 X_{t-2}$$

أما إذا كان المستوى المتوقع \hat{X}_{t+1} يتحدد بأوساط متحركة على أساس أربعة فترات فإن :

$$\hat{X}_{t+1} = K_1 X_t + K_2 X_{t-1} + K_3 X_{t-2} + K_4 X_{t-3}$$

$$\sum_{i=1}^N K_i = 1 \quad : \text{والشرط الأساسي في كل الحالات هو أن}$$

وفيما يلي مثال عن استخدام تقنية الأوساط المتحركة المرجعة على أساس ثلاثة فترات ($N = 3$) وبهيكلين مختلفين :

جدول رقم (13) : استخدام تقنية الأوساط المتحركة المرجعة

في التوقع وفقا لهيكلين مختلفين

الأسهر	الطلب الفعلي	\hat{X}_{t+1}	\hat{X}_{t+1}
	X_t	$K_1 = 0,5, K_2 = 0,3, K_3 = 0,2$	$K_1 = 0,6, K_2 = 0,25, K_3 = 0,15$
1	2	3	4
جانفي	4200	-	-
فيفري	4100	-	-
مارس	4300	-	-
أفريل	3800	4220	4235
ماي	3500	4010	3970
جوان	3700	3750	3695
جويلية	3400	3660	3665
أوت	3300	3510	3490
سبتمبر	3800	3410	3385
أكتوبر	4200	3570	3615
نوفمبر	4400	3900	3965
ديسمبر	-	4220	4500

وقد تمّ حساب المستويات المتوقعة \hat{X}_{t+1} وفقا لما يلي :

بالنسبة لـ $\hat{X}_{AVR.}$ في العمود رقم 3 :

$$\hat{X}_{AVR.} = 0,5 X_{MRS.} + 0,3 X_{FEV.} + 0,2 X_{JAN.}$$

$$\hat{X}_{AVR.} = 0,5 \cdot 4300 + 0,3 \cdot 4100 + 0,2 \cdot 4200 = 4220$$

أما بالنسبة لـ $\hat{X}_{MAI.}$ في نفس العمود :

$$\hat{X}_{MAI.} = 0,5 X_{AVR.} + 0,3 X_{MARS.} + 0,2 X_{FEV.}$$

$$\hat{X}_{MAI.} = 0,5 \cdot 3800 + 0,3 \cdot 4300 + 0,2 \cdot 4100 = 4010$$

أما بالنسبة لـ $\hat{X}_{AVR.}$ في العمود رقم 4 :

$$\hat{X}_{AVR.} = 0,6 X_{MARS.} + 0,25 X_{FEV.} + 0,15 X_{JAN.}$$

$$\hat{X}_{AVR.} = 0,6 \cdot 4300 + 0,25 \cdot 4100 + 0,15 \cdot 4200 = 4235$$

أما بالنسبة لـ $\hat{X}_{MAI.}$ في نفس العمود :

$$\hat{X}_{MAI.} = 0,6 X_{AVR.} + 0,25 X_{MARS.} + 0,15 X_{FEV.}$$

$$\hat{X}_{MAI.} = 0,6 \cdot 3800 + 0,25 \cdot 4300 + 0,15 \cdot 4100 = 3970$$

وهكذا بالنسبة لبقية المستويات المتوقعة.

ومن أجل معرفة أي الهيكلين أفضل، الأول ($K_1 = 0,5, K_2 = 0,3, K_3 = 0,2$)

أم الثاني ($K_1 = 0,6, K_2 = 0,25, K_3 = 0,15$) علينا بتقييم كل منهما وذلك

بحساب الخطأ المعياري للتوقع، ويكون الهيكل الأفضل هو الذي يعطي أصغر خطأ

معيارى للتوقع.

جدول رقم (14) : مقارنة هيكليين لـ K في التوقع بمستوى

الطلب باستخدام الأوساط المتحركة المرجحة

$K_1 = 0,6, K_2 = 0,25, K_3 = 0,15$			$K_1 = 0,5, K_2 = 0,3, K_3 = 0,2$			الطلب الفعلي	الفترة
$(X - \hat{X})^2$	$X_t - \hat{X}_t$	\hat{X}_t	$(X - \hat{X})^2$	$X_t - \hat{X}_t$	\hat{X}_t	X_t	
-	-	-	-	-	-	4200	1
-	-	-	-	-	-	4100	2
-	-	-	-	-	-	4300	3
319225	565	4235	176400	- 420	4220	3800	4
220900	- 470	3970	260100	- 510	4010	3500	5
25	5	3695	2500	- 50	3750	3700	6
70225	- 265	3665	67600	- 260	3660	3400	7
36100	- 190	3490	44100	- 210	3510	3300	8
172225	415	3385	152100	390	3410	3800	9
342225	585	3615	396900	630	3570	4200	10
189225	435	3965	250000	500	3900	4400	11
-	-	4500	-	-	4220	-	12
1350150	-	-	1349700	-	-	-	المجموع

نحسب الخطأ المعياري للتوقع لكل من الهيكليين :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum (X_t - \hat{X}_t)^2}{n - N - 1}} = \sqrt{\frac{1349700}{8}} = 410,746$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum (X_t - \hat{X}_t)^2}{n - N - 1}} = \sqrt{\frac{1350150}{8}} = 410,814$$

رغم أنَّ الفرق بين σ_1 و σ_2 ليس كبيرا إلا أنه يمكن القول أن الهيكل الأول أفضل من الهيكل الثاني باعتبار أن $\sigma_1 < \sigma_2$.

3 - 2 - 1 - مجالات استخدام تقنية الأوساط المتحركة المرجحة

تستخدم هذه التقنية في نفس المجالات التي ذكرناها بالنسبة للأوساط

المتحركة البسيطة.

3 - 2 - 2 - نقائص تقنية الأوساط المتحركة المرجحة

رغم أن تقنية الأوساط المتحركة المرجحة تعتبر أفضل من تقنية الأوساط المتحركة البسيطة باعتبارها تعطي أهمية أكبر للملاحظات الفعلية الحديثة، إلا أن تحديد هيكل معين لقيم K يبقى أهم مشكل في تقنية الأوساط المتحركة المرجحة. ورغم أنه يمكننا في البداية استخدام هذه التقنية وفقا لهياكل مختلفة (كما فعلنا في مثالنا السابق)، وبعدها يتم التقييم، ونختار الهيكل الأفضل والمناسب للظاهرة المعنية بالتوقع، إلا أن هناك مالا نهاية من الهياكل الممكنة وبالتالي مالا نهاية من المستويات المتوقعة، وتزداد المشكلة تعقيدا عندما نكون أمام مجموعة كبيرة من السلاسل الزمنية.

كما لا ننس أيضا أن كل من التقنيتين السابقتين، الأوساط المتحركة البسيطة والمرجحة تتطلب تخزين N من الملاحظات الفعلية الأخيرة. انطلاقا مما ذكر تأتي تقنية المسح الأسّي لتجاوز تلك النقائص، وذلك بتحديد هيكل معني لـ K يتناقص وفقا لمتوالية هندسية، بدءا من الملاحظة الفعلية الأخيرة X_t ، كما أن تقنية المسح الأسّي لا تتطلب تخزين عدد كبير من الملاحظات الفعلية.

3 - 3 - التوقع باستخدام تقنية

المسح الأسّي Lissage Exponentiel

هناك ملاحظتين أساسيتين حول تقنية الأوساط المتحركة البسيطة والمرجحة أدتا إلى تفضيل استخدام تقنية المسح الأسّي.

الملاحظة الأولى: من أجل الحصول على التوقع للفترة $t + 1$ يجب تخزين

المعلومات الخاصة بالملاحظات الفعلية عن كل فترة من فترات N التي تدخل في حساب المتوسط المتحرك وذلك قد يكون مكلفا أو غير متاحا.

الملاحظة الثانية : تقنية الأوساط المتحركة البسيطة تعطي نفس الأوزان لجميع القيم N ، كما أن هناك نقص أساسي في تقنية الأوساط المتحركة المرجحة عند محاولتها لإعطاء أوزان مختلفة لقيم N يتمثل في تحديد هيكل معين لـ K . كما أن كل من التقنيتين الأوساط المتحركة البسيطة والمرجحة لا تعطيا أي اعتبار للملاحظات التي تقع قبل $N - t$.
تقنية المسح الأسّي^(*) تتجاوز هذه النقائص بإعطاء هيكل محدد لأوزان الملاحظات السابقة.

تقوم تقنية المسح الأسّي على الأساس التالي :

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha) \hat{X}_t$$

حيث :

α هو معامل الترجيع ويسمى أيضا بثابت المسح حيث $0 \leq \alpha \leq 1$ ، إن الصيغة السابقة هي الصيغة العامة لحساب التوقع وفقا لتقنية المسح الأسّي، ومن هذه الصيغة نلاحظ مباشرة أن تقنية المسح الأسّي لا تحتاج إلى معلومات كثيرة، فيكفي أن نعرف الملاحظة الفعلية الأخيرة X_t وكذا القيمة المتوقعة الأخيرة \hat{X}_t وأيضا قيمة معينة لثابت المسح α ، حتى نتمكن من التوقع للفترة الموالية \hat{X}_{t+1} .

(*) مفهوم المسح لا يختلف عن مفهوم التسوية الذي عرفناه عند حديثنا عن تسوية السلاسل

الزمنية، وبالتالي يمكن إطلاق مفهوم التسوية الأسية على هذه التقنية غير أن المسح الأسّي هو التعبير الأكثر تداولاً في كتب الإحصاء باللغة العربية.

ولو قمنا بفك الصيغة السابقة :

$$\hat{X}_{i+1} = \alpha X_i + (1 - \alpha) \hat{X}_i$$

وذلك بالتعويض عن \hat{X}_i حيث :

$$\hat{X}_i = \alpha X_{i-1} + (1 - \alpha) \hat{X}_{i-1}$$

يصبح لدينا :

$$\hat{X}_{i+1} = \alpha X_i + (1 - \alpha) [\alpha X_{i-1} + (1 - \alpha) \hat{X}_{i-1}]$$

$$\hat{X}_{i+1} = \alpha X_i + \alpha (1 - \alpha) X_{i-1} + (1 - \alpha)^2 X_{i-1}$$

ولنعرض في هذه الصيغة الأخيرة عن \hat{X}_{i-1} حيث :

$$\hat{X}_{i-1} = \alpha X_{i-2} + (1 - \alpha) \hat{X}_{i-2}$$

نحصل على :

$$\hat{X}_{i+1} = \alpha X_i + \alpha (1 - \alpha) X_{i-1} + (1 - \alpha)^2 [\alpha X_{i-2} + (1 - \alpha) \hat{X}_{i-2}]$$

$$\hat{X}_{i+1} = \alpha X_i + \alpha (1 - \alpha) X_{i-1} + \alpha (1 - \alpha)^2 X_{i-2} + (1 - \alpha)^3 \hat{X}_{i-2}$$

وبالاستمرار في نفس العملية نحصل في الأخير على :

$$\hat{X}_{i+1} = \alpha X_i + \alpha (1 - \alpha) X_{i-1} + \alpha (1 - \alpha)^2 X_{i-2} + \alpha (1 - \alpha)^3 X_{i-3} + \alpha (1 - \alpha)^4 X_{i-4} + \dots$$

رياضيا لدينا :

$$\alpha + \alpha (1 - \alpha) + \alpha (1 - \alpha)^2 + \alpha (1 - \alpha)^3 + \dots = 1$$

$$\sum_{i=0}^{\infty} \alpha (1 - \alpha)^i = 1 \quad \text{أي أن :}$$

وبالتالي فإن تقنية المسح الأسّي في الحقيقة تأخذ بالإعتبار كل المشاهدات

الفعلية السابقة بدءا من الفترة t .

ومما يلاحظ أيضا أن تقنية المسح الأسّي تعطي أوزانا مختلفة ومتنازلة لكل المشاهدات بدءا من المشاهدة الفعلية الأخيرة X_t . الأهمية المتناقصة هذه تخضع لمتوالية هندسية، ومن هنا يمكن القول أن تقنية المسح الأسّي هي حالة خاصة لتقنية الأوساط المتحركة المرجحة [8 ص 52]، مع عدم اكتفاء تقنية المسح الأسّي بالعدد N من المشاهدات الفعلية كما تفعل تقنية الأوساط المتحركة المرجحة.

إن الصيغة الأساسية لتقنية المسح الأسّي :

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha) \hat{X}_t$$

يمكن كتابتها كالتالي :

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{X}_t + \alpha (X_t - \hat{X}_t)$$

وذلك لأن :

$$\begin{aligned} \hat{X}_{t+1} &= \alpha X_t + (1 - \alpha) \hat{X}_t \\ &= \alpha X_t + (\hat{X}_t - \alpha \hat{X}_t) \\ &= \alpha X_t + \hat{X}_t - \alpha \hat{X}_t \\ &= \hat{X}_t + \alpha (X_t - \hat{X}_t) \end{aligned}$$

وهذا يعني أن المستوى المتوقع \hat{X}_{t+1} هو عبارة عن آخر توقع \hat{X}_t زائد α مرة خطأ التوقع الأخير، أي α مرة إنحراف القيمة الفعلية عن المتوقعة $(X_t - \hat{X}_t)$.

ومن هنا فإذا كانت α قريبة من 1 هذا يعني أننا قد منحنا أهمية كبيرة للمشاهدة الفعلية الأخيرة، وبالعكس كلما كانت α أصغر من 1 كلما توزعت الأهمية

على عدد كبير من المشاهدات الفعلية السابقة، وسنتعرف من خلال المثال التالي عن كيفية استخدام هذه التقنية في التوقع وذلك بإعطاء ثلاثة قيم مختلفة لثابت المسح α ، $\alpha = 0,1$ ثم $\alpha = 0,2$ ثم $\alpha = 0,5$.

جدول رقم (15) : التوقع بالطلب على إحدى السلع وفقا لتقنية المسح الآسي

الأشهر	الطلب الفعلي X_t	الطلب المتوقع \hat{X}_t		
		$\alpha = 0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,5$
جانفي	2000	-	-	-
فيفري	1350	2000	2000,0	2000
مارس	1950	1935	1870,0	1675
أفريل	1975	1937	1886,0	1813
ماي	3100	1941	1903,8	1894
جوان	1750	2057	2142,4	2497
جويلية	1550	2026	2063,9	2123
أوت	1300	1978	1961,1	1837
سبتمبر	2200	1910	1928,8	1568
أكتوبر	2775	1939	1848,7	1884
نوفمبر	2350	2023	2033,9	2330
ديسمبر	-	2056	2097,1	2340

ملاحظة : بالنسبة للمستوى المتوقع المقابل للفترة الثانية \hat{X}_{FEV} يمكننا اعتبارها هي

نفسها المشاهدة الفعلية للفترة السابقة لها X_{JAN} وذلك لأن المستوى

المتوقع الأول غير موجود.

ومن أجل معرفة قيمة α التي أعطت أفضل النتائج، علينا بحساب الخطأ

المعياري للتوقع عند كل من $\alpha = 0,1$ ، $\alpha = 0,2$ و $\alpha = 0,5$.

جدول رقم (16) : مقارنة التوقعات وفقا لتقنية المسح الأسّي

$\alpha = 0,5$			$\alpha = 0,2$			$\alpha = 0,1$			الفترة
$(X - \hat{X})^2$	$X_1 - \hat{X}_1$	\hat{X}_1	$(X - \hat{X})^2$	$X_1 - \hat{X}_1$	\hat{X}_1	$(X - \hat{X})^2$	$X_1 - \hat{X}_1$	\hat{X}_1	
-	-	-	-	-	-	-	-	-	2000 1
422500	- 650	2000	422500	- 650	2000	422500	- 650	2000	1350 2
75625	- 275	1675	6400	80	1870	225	15	1935	1950 3
26244	- 162	1813	7921	89	1886	1444	38	1937	1975 4
1454436	- 1206	1894	1430894,4	1196,2	1903,8	1343281	1159	1941	3100 5
558009	747	2497	153977,7	- 392,4	2142,4	94249	- 307	2057	1750 6
328329	573	2123	264093,2	- 513,9	2063,9	226576	- 476	2026	1550 7
288369	537	1837	437053,2	- 661,1	1961,1	459684	- 678	1978	1300 8
412164	- 642	1569	73549,4	271,2	1928,8	84100	290	1910	2200 9
784996	- 886	1884	858031,7	926,3	1848,7	698896	836	1939	2775 10
400	- 20	2330	99919,2	316,1	2033,9	106929	327	2023	2350 11
-	-	2340	-	-	2097,1	-	-	2056	- 12
3928572	-	-	3754339,8	-	-	3437884	-	-	- المجموع

نحسب قيم الخطأ المعياري للتقدير المناسب لكل قيمة من قيم α ، بالنسبة

لـ $\alpha = 0,1$.

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\sum (X_1 - \hat{X}_1)^2}{10}} = \sqrt{\frac{3437884}{10}}$$

$$\sigma_1 = 586,33.$$

بالنسبة لـ $\alpha = 0,2$.

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \hat{X}_i)^2}{10}} = \sqrt{\frac{3754339,8}{10}}$$
$$\sigma_2 = 612,72.$$

بالنسبة لـ $\alpha = 0,5$.

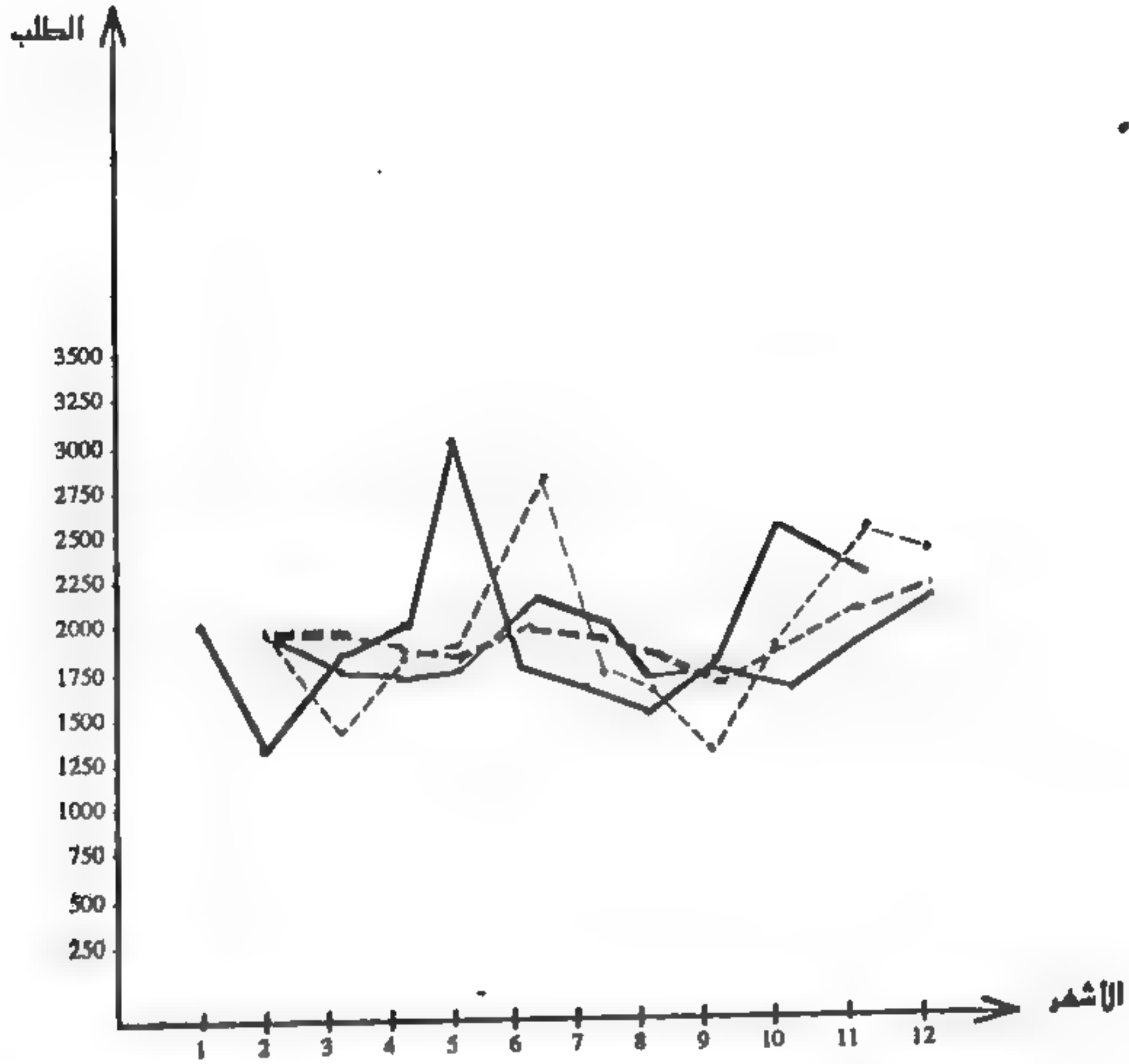
$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{\sum (X_i - \hat{X}_i)^2}{10}} = \sqrt{\frac{3928572}{10}}$$
$$\sigma_3 = 626,78$$

ولما كان $\sigma_3 > \sigma_2 > \sigma_1$ نستخلص أن أفضل التوقعات حصلنا عليها

عند $\alpha = 0,1$.

والرسم البياني التالي يوضح أكثر مسار المستويات الفعلية والمتوقعة وفقا

لـ $\alpha = 0,1$ ، $\alpha = 0,2$ و $\alpha = 0,5$.



شكل رقم (5) المستويات الفعلية والمتوقعة وفقا لقيم مختلفة لثابت المسح α

الشرائح الفعلية	الشرائح الفعلية
الشرائح لـ $\alpha = 0.1$	الشرائح لـ $\alpha = 0.1$
الشرائح لـ $\alpha = 0.2$	الشرائح لـ $\alpha = 0.2$
الشرائح لـ $\alpha = 0.5$	الشرائح لـ $\alpha = 0.5$

3 - 3 - 1 - ملاحظات حول تقنية المسح الأسّي

إنّ تقنية المسح الأسّي كثيرة الإستخدام في التطبيقات الإقتصادية والمالية، خاصة على مستوى المؤسسات والشركات، تستخدم في التوقع بالمخزونات، بالمبيعات وفي اعداد الميزانية التوقعية (الميزانية التقديرية) وغيرها.

إن انتشار استخدام هذه التقنية يعود إلى سهولة استخدامها كما أنها لا تتطلب معلومات كثيرة كما ذكرنا سابقا، غير أن مسألة تحديد ثابت المسح α يبقى الإشكال الرئيسي لهذه التقنية.

إن تجربة استخدام تقنية المسح الأسّي في التوقع بالظواهر الإقتصادية والمالية تفيد أن مقدار α يكون محصورا ضمن المجال 0,05 إلى 0,3، إذ لا ينبغي إعطاء α قيمة أقل من 0,05 وأيضا لا ينبغي إعطاءها قيمة تفوق 0,3، وإذا تبين في حالات معينة أن القيمة المناسبة لـ α تفوق 0,3 فإن ذلك دليل على أن السلسلة الزمنية لا تخضع لشروط السلسلة الزمنية المستقرة، وبالتالي فإن تقنية المسح الأسّي غير مناسبة للتوقع في هذه الحالة [4 ص 22]، وهنا ينبغي اللجوء إما إلى تقنيات المسح الأسّي من مراتب أعلى [أنظر المراجع 5، 8] أو اللجوء إلى إحدى التقنيات المناسبة للتوقع في حالة السلاسل الزمنية غير المستقرة والتي سنتعرف عليها في الفصل القادم.

إن علاقة ثابت المسح $\alpha^{(*)}$ بعدد المشاهدات الفعلية N التي تشملها عملية المسح عند التوقع يمكن تحديدها وفقا للعلاقة [8 ص 62] :

$$\alpha = \frac{2}{N + 1}$$

وبالتالي يمكننا وضع الجدول التالي :

-
- (*) لمزيد من التفصيل في مسألة تحديد ثابت المسح α يمكن الإطلاع على المراجع التالية :
- BROWN R. G., STATISTICAL FORECASTING FOR INVENTORY CONTROL, NEW YORK, Mc GRAW-HILL, 1959.
 - CHOW W. M. ADAPTIVE CONTROL OF THE EXPONENTIAL SMOOTHING CONSTANT. JOURNAL OF INDUSTRIAL ENGINEERING, 16, N° 5, 314, 1965.

جدول رقم (17) : العمر المتوسط للسلسلة الزمنية عند كل

قيمة لثابت المسح α

α	N
0,05	39
0,1	19
0,2	9
0,3	5,66 (≈ 6)
0,5	3

هذا يعني أنه عند $\alpha = 0,05$ نكون قد أخذنا بالإعتبار 39 مشاهدة سابقة وعندما تكون $\alpha = 0,1$ نكون قد أخذنا بالإعتبار 19 مشاهدة سابقة ... الخ. ونظرا لتعاملنا في الحياة الإقتصادية مع السلاسل الزمنية ذات الحجم المتوسط أي من 15 إلى 25 فترة، الأمر الذي يبرر شيوع استخدام $\alpha = 0,1$ في التوقعات بالظواهر الإقتصادية.

ومع ذلك فإنه ينصح بإعداد التوقعات وفقا لعدد من القيم لـ α (مثلا $\alpha = 0,01$ ، $\alpha = 0,15$ ، $\alpha = 0,2$) وبعدها يتم تفضل قيمة α التي تعطي أقل خطأ معياري للتوقع.

3 - 3 - 2 - ملاحظات عامة حول تقنيات المسح

إن تقنية الأوساط المتحركة البسيطة تشترك مع تقنية الأوساط المتحركة المرجحة في أنهما يعتمدان على عدد معين من المشاهدات الفعلية N واعتبارها هي المحددة للمستوى المتوقع.

بينما تذهب تقنية المسح الأسّي إلى الأخذ بالإعتبار لكل المشاهدات المتاحة وذلك بتوزيع الأهمية وفقا لمتوالية هندسية متناقصة بدءا من المشاهدات الفعلية الأخيرة.

وتتشترك تقنية الأوساط المتحركة المرجحة مع تقنية المسح الأسّي في اعتبار أن

المشاهدة الفعلية الأخيرة X_t أهم من المشاهدة الفعلية X_{t-1} وهذه الأخيرة أهم من X_{t-2} وهكذا.

وفي الواقع كثيرا ما نصادف أن بعض الظواهر لا تخضع لهذا المنطق، فقد تكون المشاهدة X_{t-1} أهم من المشاهدة X_t في تحديد التوقع الخاص بالفترة $t+1$ ، وهذا ما سنراه في مثال حول مبيعات الخبز في التقنية المقبلة. انطلاقا من هذا النقص الأساسي يأتي مدخل آخر للتوقع يبحث عن عدد المشاهدات الفعلية الأخيرة التي لها علاقة بتحديد المستوى المتوقع وكذا تحديد الأوزان المناسبة لتلك المشاهدات الفعلية وفقا لتقدير يخضع لنظرية المتوسطات وهذا ما تفعله نماذج الإنحدار الذاتي.

3 - 4 - تقنية التوقع باستخدام

نماذج الإنحدار الذاتي

إن دراسة العلاقة الارتباطية وصياغتها في شكل معادلة انحدار عادة ما تتم بين ظاهرتين أو أكثر، Y كتابع مستقل و X_i ($i = 1, 2, \dots, N$) كعوامل مستقلة، غير أن الأمر هنا يتعلق بصياغة العلاقة بين مستويات السلسلة X_t ونفس السلسلة متأخرة بـ K خطوة زمنية أي X_{t-K} ، لهذا يطلق على هذا النوع من الإنحدار بالإنحدار الذاتي.

تقوم هذه الفكرة على فرضية أساسية : أن مستويات الظاهرة المتعاقبة زمنيا لها ارتباط فيما بينها، أي أن مستوى الظاهرة في الفترة t مرتبط بمستوى الظاهرة في الفترة $t-1$ والفترة $t-2$ وهكذا . وكما ذكرنا سابقا فإن نماذج الإنحدار لا تفترض مسبقا أن X_{t-1} لها تأثير أكبر X_{t-2} على X_t كما تفعل تقنيات المسح بأنواعها والتي عرفناها في المباحث السابقة.

وفي الحياة الإقتصادية والاجتماعية يمكننا إدراك ارتباط مستويات ظاهرة

معينة عبر الزمن، حيث يتأثر مستوى الظاهرة في الفترة t بمستويات نفس الظاهرة في الفترة السابقة وما قبلها، فمثلا عدد السكان في سنة 1996 له علاقة بعدد السكان في السنة السابقة 1995 وبعدد السكان في 1994 وهكذا.

وفيما يلي مثال حول المبيعات اليومية من الخبز في إحدى المخازن الكبرى للمدينة، نوضح من خلاله كيفية تشكيل السلاسل X_{t-1} ، X_{t-2} ، X_{t-3} ، X_{t-4} ، وذلك انطلاقا من السلسلة الزمنية الأصلية X_t .

جدول رقم (18) : تشكيل السلاسل X_{t-1} ، X_{t-2} ، X_{t-3} ، X_{t-4} انطلاقا من السلسلة الأصلية X_t .

الأيام	المبيعات اليومية X_t	X_{t-1}	X_{t-2}	X_{t-3}	X_{t-4}
1	4,6	-	-	-	-
2	6,8	4,6	-	-	-
3	5,1	6,8	4,6	-	-
4	7,1	5,1	6,8	4,6	-
5	4,6	7,1	5,1	6,8	4,6
6	5,5	4,6	7,1	5,1	6,8
7	4,1	5,5	4,6	7,1	5,1
8	5,1	4,1	5,5	4,6	7,1
9	3,7	5,1	4,1	5,5	4,6
10	5,0	3,7	5,1	4,1	5,5
11	4,4	5,0	3,7	5,1	4,1
12	5,2	4,4	5,0	3,7	5,1
13	4,1	5,2	4,4	5,0	3,7
14	5,4	4,1	5,2	4,4	5,0
15	4,6	5,4	4,1	5,2	4,4
16	5,9	4,6	5,4	4,1	5,2
17	3,0	5,9	4,6	5,4	4,1
18	6,8	3,0	5,9	4,6	5,4
19	3,1	6,8	3,0	5,9	4,6
20	5,9	3,1	6,8	3,0	5,9

تسمى معادلة الانحدار التي تصور العلاقة الارتباطية بين السلسلة الزمنية X_t بمستوياتها $X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-K}$ بمعادلة الانحدار الذاتي أو نموذج الانحدار الذاتي وتكتب كالتالي :

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \dots + \varphi_K X_{t-K}$$

وتسمى المعاملات $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_K$ بمعاملات الانحدار الذاتي ويسمى معامل الارتباط r_K الذي يعبر عن شدة العلاقة بين السلسلة X_t والسلسلة X_{t-K} بمعامل الارتباط الذاتي من المرتبة K .

الأكيد أن مستوى الظاهرة في الفترة t لا تتأثر بجميع المستويات السابقة، فهي تتأثر بدرجة معينة بالمستوى السابق مباشرة أي بـ X_{t-1} وبدرجة معينة بالمستوى X_{t-2} وهكذا حتى نصل إلى آخر مستوى X_{t-K} له تأثير على المستوى X_t بينما لا يتأثر X_t ببقية المستويات التي تسبق المستوى X_{t-K} ، أو أن تأثيرها ضعيف بحيث يمكن إهماله.

وبالتالي فالإشكالية المطروحة تكمن في البحث عن عدد وفعالية (وترجيح) تلك المستويات السابقة في التأثير على المستوى X_t . بناء على ذلك فإن معادلة الانحدار الذاتي يمكن أن تحتوي على عنصر واحد أو اثنين أو أكثر، وطبقا لعدد العناصر المتحولة في معادلة الانحدار الذاتي تحدد رتبة معادلة الانحدار الذاتي وبالتالي يمكننا أن نميز بين :

- معادلة الانحدار الذاتي من المرتبة الأولى :

$$X_t = \varphi_{11} X_{t-1}$$

- معادلة الانحدار الذاتي من المرتبة الثانية :

$$X_t = \varphi_{21} X_{t-1} + \varphi_{22} X_{t-2}$$

- معادلة الانحدار الذاتي من المرتبة الثالثة :

$$X_t = \varphi_{31} X_{t-1} + \varphi_{32} X_{t-2} + \varphi_{33} X_{t-3}$$

.....

- معادلة الانحدار الذاتي من المرتبة K :

$$X_t = \varphi_{K1} X_{t-1} + \varphi_{K2} X_{t-2} + \dots + \varphi_{KK} X_{t-K}$$

ومن أجل استنباط نموذج للانحدار الذاتي مقبول إحصائيا، ينبغي أخذ سلسلة زمنية لا يقل عدد مستوياتها عن 50 مستوى [9 ص 65]. وفيما يلي الخطوات التي ينبغي إتباعها من أجل بناء نموذج للانحدار الذاتي واستخدامه في التوقع.

أولاً : تحديد رتبة معادلة الانحدار، وذلك بحساب معادلات الارتباط الذاتي r_1, r_2, \dots, r_K وتحديد رتبة معادلة الانحدار وفقا لأكبر قيمة مطلقة لـ r .

ينصح الإحصائيون الإستمرار في حساب معاملات الارتباط الذاتي إلى غاية الحدود : $1 < K \leq \frac{n}{4}$ [9 ص 68]، حيث n طول السلسلة الزمنية.

ثانياً : تقدير معاملات الانحدار الذاتي $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_K$ وذلك باستخدام أسلوب المربعات الصغرى.

ثالثاً : استخدام معادلة الانحدار الذاتي في التوقع.

غير أن الإعتقاد على معاملات الارتباط الذاتي من مختلف المراتب في تحديد رتبة معادلة الانحدار عادة ما لا يكفي وحده، إذ قد تحصل على معاملات ارتباط واهية Absurde. لذلك عادة ما نتبع خطوات أخرى لتحديد رتبة معادلة الانحدار المناسبة واستخدامها في التوقع، حيث نقوم مباشرة ببناء معادلتين أو ثلاثة أو أكثر إذا إقتضى الأمر من مراتب مختلفة :

$$X_t = \varphi_{11} X_{t-1}$$

$$X_t = \varphi_{21} X_{t-1} + \varphi_{22} X_{t-2}$$

$$X_t = \varphi_{31} X_{t-1} + \varphi_{32} X_{t-2} + \varphi_{33} X_{t-3}$$

ثم نختار تلك المعادلة التي تعطي أقل خطأ معياري للتقدير والمحسوب عن طريق العلاقة :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_t - \hat{X}_t)^2}{n - 2K}}$$

وبعدها نستخدم المعادلة المختارة للحصول على التوقع للفترة الموالية للفترة الأخيرة.

ينبغي الإشارة إلى أنه يمكن بناء معادلات الإنحدار الذاتي بإضافة العنصر الحر φ_0 في كل معادلة لتصبح معادلات الإنحدار الذاتي السابقة كالتالي :

$$X_t = \varphi_{10} + \varphi_{11} X_{t-1}$$

$$X_t = \varphi_{20} + \varphi_{21} X_{t-1} + \varphi_{22} X_{t-2}$$

$$X_t = \varphi_{30} + \varphi_{31} X_{t-1} + \varphi_{32} X_{t-2} + \varphi_{33} X_{t-3}$$

وعندئذ نستعمل الصيغة التالية لحساب الخطأ المعياري للتقدير.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_t - \hat{X}_t)^2}{n - 2K - 1}}$$

وفيما يلي سنبين كيفية تقدير معاملات الإنحدار الذاتي وفقا لأسلوب المربعات الصغرى.

إن الشكل العام لمعادلة الإنحدار الذاتي هو :

$$X_t = \varphi_{K1} X_{t-1} + \varphi_{K2} X_{t-2} + \dots + \varphi_{KK} X_{t-K} + e$$

والمسألة تكمن في إيجاد تقدير جيد لمعاملات الإنحدار الذاتي : $\varphi_{K1}, \varphi_{K2}, \dots, \varphi_{KK}$ وأفضل طريقة لذلك هي تقديرات المربعات الصغرى وقد سبق عنها الحديث في الفصل السابق.

لدينا الفرق بين المستويات الحقيقية X_t والمقدرة \hat{X}_t وتسمى بالبقايا e_i

فإن تقدير معاملات الانحدار φ_{21} و φ_{22} يتم بحل المعادلتين :

$$\sum_{i=1+K}^n X_i X_{i-1} = \varphi_{21} \sum_{i=1+K}^v X_{i-1}^2 + \varphi_{22} \sum_{i=1+K}^n X_{i-1} X_{i-2}$$

$$\sum_{i=1+K}^n X_i X_{i-2} = \varphi_{21} \sum_{i=1+K}^v X_{i-1} X_{i-2} + \varphi_{22} \sum_{i=1+K}^n X_{i-2}^2$$

وفي حالة معادلة الانحدار الذاتي من المرتبة الثالثة :

$$X_i = \varphi_{31} X_{i-1} + \varphi_{32} X_{i-2} + \varphi_{33} X_{i-3}$$

فإن تقدير المعاملات : φ_{31} ، φ_{32} ، φ_{33} يتم عن طريق حل جملة المعادلات :

$$\sum_{i=1+K}^n X_i X_{i-1} = \varphi_{31} \sum_{i=1+K}^v X_{i-1}^2 + \varphi_{32} \sum_{i=1+K}^n X_{i-1} X_{i-2} + \varphi_{33} \sum_{i=1+K}^n X_{i-1} X_{i-3}$$

$$\sum_{i=1+K}^n X_i X_{i-2} = \varphi_{31} \sum_{i=1+K}^v X_{i-1} X_{i-2} + \varphi_{32} \sum_{i=1+K}^n X_{i-2}^2 + \varphi_{33} \sum_{i=1+K}^n X_{i-2} X_{i-3}$$

$$\sum_{i=1+K}^n X_i X_{i-3} = \varphi_{31} \sum_{i=1+K}^v X_{i-1} X_{i-3} + \varphi_{32} \sum_{i=1+K}^n X_{i-2} X_{i-3} + \varphi_{33} \sum_{i=1+K}^n X_{i-3}^2$$

وفي حالة معادلات الانحدار الذاتي من مراتب أعلى يمكن الإستعانة بحساب

المصفوفات (*) مثلما سنفعل في الفصل القادم عند عرضنا لنموذج الانحدار المتعدد.

مثال :

سنحاول تطبيق المنهجية المقترحة على المعطيات الواردة في الجدول رقم (18)

والمعلقة بالمبيعات اليومية من الخبز لإحدى المخازن الكبرى في المدينة، وذلك من

أجل التوقع بالمبيعات في اليوم 21.

(*) للتعرف على مفهوم المصفوفة والعمليات الجبرية على المصفوفات يمكن الرجوع إلى :

- عبد العزيز شرايبي، الرياضيات الإقتصادية، المصفوفات. الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر 1993.

سنقوم بتقدير مجموعة من معادلات الإنحدار الذاتي وفي كل مرة نقوم بحساب الخطأ المعياري للتقدير.

تقدير معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الأولى :

$$X_t = \varphi_{11} X_{t-1}$$

$$\varphi_{11} = \frac{\sum_{t=2}^{20} X_t X_{t-1}}{\sum_{t=2}^{20} X_{t-1}^2} \quad \text{لدينا :}$$

جدول رقم (18) : المجاميع اللازمة لتقدير معامل

الإنحدار الذاتي φ_{11}

الأيام	X_t	X_{t-1}	$X_t X_{t-1}$	X_{t-1}^2
1	4,6	-	-	-
2	6,8	4,6	31,28	21,16
3	5,1	6,8	34,68	46,24
4	7,1	5,1	36,21	26,01
5	4,6	7,1	32,66	50,41
6	5,5	4,6	25,30	21,16
7	4,1	5,5	22,55	30,25
8	5,1	4,1	20,91	16,81
9	3,7	5,1	18,87	26,01
10	5,0	3,7	18,50	13,69
11	4,4	5,0	22,00	25,00
12	5,2	4,4	22,88	19,36
13	4,1	5,2	21,32	27,04
14	5,4	4,1	22,14	16,81
15	4,6	5,4	24,84	29,16
16	5,9	4,6	27,41	21,16
17	3,0	5,9	17,70	34,81
18	6,8	3,0	20,40	9,00
19	3,1	6,8	21,08	46,24
20	5,9	3,1	18,29	9,61
المجموع	-	-	458,75	489,93

$$\varphi_{11} = \frac{458,75}{489,93} = 0,936 \quad \text{إذا :}$$

وبالتالي فإن معادلة الإنحدار من المرتبة الأولى تأخذ الشكل :

$$\hat{X}_i = 0,936 X_{i-1}$$

نقوم الآن بحساب الخطأ المعياري للتقدير الخاص بمعادلة الإنحدار الذاتي من

المرتبة الأولى :

جدول رقم (19) : المجاميع اللازمة لحساب الخطأ المعياري

للتقدير الخاص بمعادلة الإنحدار الذاتي

من المرتبة الأولى

الأيام	X_i	\hat{X}_i	$X_i - \hat{X}_i$	$(X_i - \hat{X}_i)^2$
1	4,6	-	-	-
2	6,8	4,30	2,5	6,25
3	5,1	6,36	- 1,26	1,58
4	7,1	4,77	2,33	5,42
5	4,6	6,64	- 2,04	4,16
6	5,5	4,30	1,20	1,44
7	4,1	5,14	- 1,04	1,08
8	5,1	3,83	1,27	1,61
9	3,7	4,77	- 1,07	1,14
10	5,0	3,46	1,54	2,37
11	4,4	4,68	- 0,28	0,07
12	5,2	4,11	1,09	1,18
13	4,1	4,86	- 0,76	0,57
14	5,4	3,83	1,57	2,46
15	4,6	5,05	- 0,45	0,20
16	5,9	4,30	1,6	2,56
17	3,0	5,52	- 2,52	6,35
18	6,8	2,80	4,00	16,00
19	3,1	6,36	- 3,26	10,62
20	5,9	2,90	3,00	9,00
المجموع	-	-	-	74,06

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum_{i=3}^{20} (X_i - \hat{X}_i)^2}{20 - 4}} = \sqrt{\frac{8,50}{16}} = 0,728$$

$$\sigma_2 = 0,728$$

وبنفس الطريقة يمكننا تقدير معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الثالثة :

$$\hat{X}_i = \varphi_{31} X_{i-1} + \varphi_{32} X_{i-2} + \varphi_{33} X_{i-3}$$

ولمجدها تساوي :

$$\hat{X}_i = 0,06 X_{i-1} + 0,95 X_{i-2} + 0,07 X_{i-3}$$

أما الخطأ المعياري للتقدير والخاص بمعادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الثالثة

فنجده يساوي :

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{\sum_{i=4}^{20} (X_i - \hat{X}_i)^2}{20 - 6}} = \sqrt{\frac{8,10}{12}} = 0,821$$

$$\sigma_3 > \sigma_2 < \sigma_1 \quad \text{ولما كان :}$$

أي أن الخطأ المعياري للتقدير لمعادلة الإنحدار من المرتبة الثانية أقل من

الخطأ المعياري للتقدير الخاص بمعادلة الإنحدار من المرتبة الأولى وأقل أيضا من

الخطأ المعياري للتقدير الخاص بمعادلة الإنحدار من المرتبة الثالثة. وبالتالي يمكننا أن

نقول أن معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الثانية هي الأفضل بالنسبة لمثالنا ويمكننا

استخدامها في التوقع.

لدينا :

$$\hat{X}_i = 0,03 X_{i-1} + 0,94 X_{i-2}$$

يمكننا التوقع بمبيعات الخبز لليوم الواحد والعشرين، على اعتبار أن آخر

مستوى معلوم لدينا هي مبيعات اليوم العشرين، (جدول رقم 18) وذلك كالتالي :

$$\hat{X}_{21} = 0,03 X_{20} + 0,94 X_{19}$$

$$\hat{X}_{21} = 0,03 \cdot 5,9 + 0,94 \cdot 3,1$$

$$\hat{X}_{21} = 3,091$$

ولما تصبح المبيعات الفعلية لليوم 21 معلومة لدينا يمكننا التوقع بمبيعات اليوم

22 كالتالي :

$$\hat{X}_{22} = 0,03 X_{21} + 0,94 X_{20}$$

وهكذا نكون قد تعرفنا على أربعة تقنيات للتوقع في هذا الفصل، تقنية

الأوساط المتحركة البسيطة ثم المرجحة ثم تقنية المسح الأسّي وأخيرا تقنية الإنحدار

الذاتي، والخاصية المشتركة لهذه التقنيات هي إمكانية تطبيقها فقط عند السلاسل

الزمنية المستقرة بالإضافة إلى كونها تقنيات للتوقع بفترة زمنية واحدة. ورغم أنه كان

ممكنا إستخدام تقنيات المسح من مراتب أعلى للتوقع عند السلاسل الزمنية غير

المستقرة إلا أن إستخدام التقنيات التي سنتعرف عليها في الفصل القادم تعتبر أكثر

دقة في حالة السلاسل الزمنية غير المستقرة.

تمارين :

1 - إذا كانت لديك الإحصاءات التالية خاصة بالمبيعات الأسبوعية لإحدى

المساحات الكبرى :

الأسبوع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
المبيعات مليون دج	9	8	9	12	9	12	11	7	13	9	11	10

المطلوب : التوقع بقيمة المبيعات للأسبوع 13 باستخدام الأوساط المتحركة

على أساس 3 ثم على أساس 4، أي الأساسين أفضل ؟

2 - نفس المعطيات الخاصة بالتمرين 1 والمطلوب :

التوقع بمبيعات الأسبوع 13 باستخدام الأوساط المتحركة المرجحة على أساس 3

وفقا لهيكلين مختلفين :

الهيكل الأول : $K_1 = 0,40$, $K_2 = 0,35$, $K_3 = 0,25$.

الهيكل الثاني : $K_1 = 0,60$, $K_2 = 0,30$, $K_3 = 0,10$.

3 - لدينا المبيعات الشهرية لإحدى المؤسسات كالتالي :

الوحدة : ألف دج

الشهر	المبيعات	الشهر	المبيعات	الشهر	المبيعات
جانفي	4200	ماي	3500	سبتمبر	3800
فيفري	4100	جوان	3700	أكتوبر	4200
مارس	4300	جويلية	3400	نوفمبر	4400
أفريل	3800	أوت	3300	ديسمبر	-

المطلوب : التوقع بمبيعات شهر ديسمبر باستخدام تقنية المسح الأسّي مرة
ب $\alpha = 0,1$ ومرة ب $\alpha = 0,2$ ومرة ب $\alpha = 0,3$. ما هو مقدار α الذي أعط أفضل
التوقعات ؟

وضع على الرسم البياني المبيعات الشهرية الفعلية والمتوقعة حسب كل مقدار
من مقادير α المذكورة أعلاه.

4 - لدينا الإحصاءات التالية خاصة بالإنتاج اليومي من الحليب في إحدى
التعاونيات (بمئات اللترات).

اليوم	الإنتاج اليومي
1	40
2	38
3	36
4	38
5	29
6	30
7	48
8	40
9	36
10	50
11	40
12	35
13	42
14	38
15	42

المطلوب : تقدير معادلات الإنحدار الذاتي من المرتبة الأولى والثانية والثالثة، واختيار المعادلة الأفضل من أجل استخدامها في التوقع بانتاج الحليب لليوم 16. هل يمكن التوقع لليوم 17؟ لماذا؟

5 - يعتبر ثابت المسح الأسّي الأكثر شيوعاً في التطبيقات الإقتصادية هو $\alpha = 0,1$ ، لماذا في رأيك ؟

6 - لدينا الإحصاءات التالية خاصة بتطور المخزونات من المواد الأولية في إحدى المؤسسات.

الأسبوع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
المخزونات طن	100	106	113	118	125	129	130	136	142	148	152	159

- هل يمكن استخدام إحدى الطرق التالية للتوقع بتطور المخزونات : الأوساط المتحركة البسيطة والمرحجة، المسح الأسّي، الإنحدار الذاتي ؟ لماذا ؟
- إجر التحويلات اللازمة لتحويل السلسلة الزمنية إلى سلسلة زمنية مستقرة.
- التوقع بالمخزونات من المواد الأولية في الشهر 13 باستخدام إحدى الطرق المناسبة.

الفصل الرابع : تقنيات التوقع بأكثر من فترة زمنية واحدة

إذا كانت التقنيات التي عرفناها في الفصل السابق تسمح لنا بالتوقع بمستوى الظاهرة فقط بخطوة زمنية واحدة، قد تكون هذه الخطوة يوم أو أسبوع أو شهر أو سنة، أي حسب طبيعة السلسلة الزمنية المعطاة، فإن التقنيات التي سوف نتعرف عليها في هذا الفصل تسمح لنا للتوقع بخطوة زمنية واحدة أو أكثر، كما أن هذه التقنيات ستسمح لنا ليس فقط للتوقع بنقطة - كما هو الشأن في التقنيات السابقة - بل تتيح لنا إمكانية لتحديد مجال للتوقع باحتمال معين. سنتعرف في هذا الفصل على التقنيات التالية : معادلة الاتجاه، معادلة الانحدار البسيط والمتعدد، كما سنتعرف أيضا على إحدى التقنيات النوعية المستخدمة في التنبؤ وهي تقديرات الخبراء.

4 - 1 - التوقع باستخدام معادلة الاتجاه

رأينا في المبحث 2 - 5 من الفصل الثاني كيفية استخدام معادلة الاتجاه في تسوية السلاسل الزمنية، تعرفنا عن كيفية اختيار شكل معادلة الاتجاه ثم تقدير معالمها باستخدام أسلوب المربعات الصغرى، كما تعرفنا على كيفية الحصول على المستويات المقدرة \hat{Y} للسلسلة الزمنية، ومن أجل استخدام معادلة الاتجاه في التوقع لابد من إضافة الخطوات التالية :

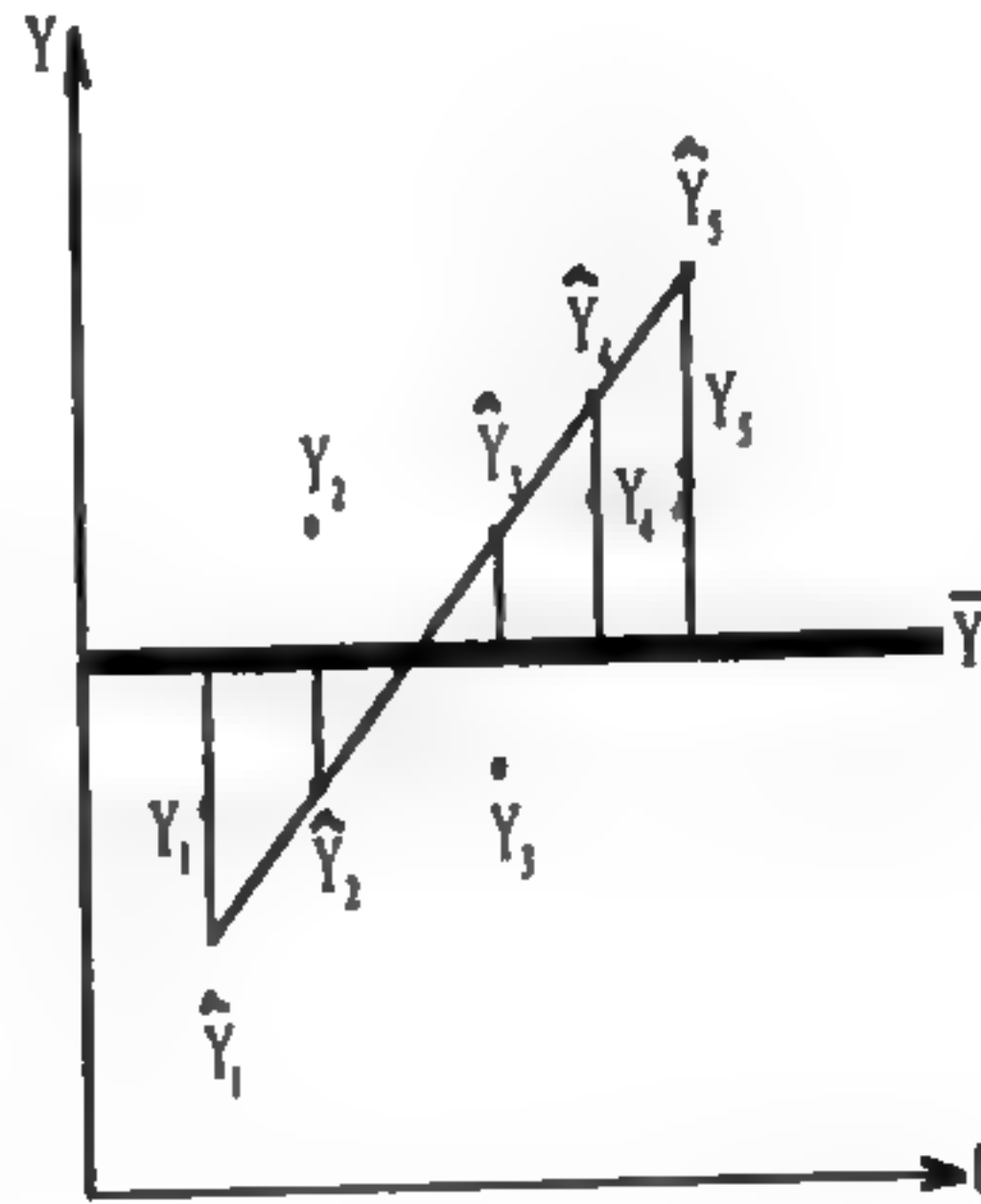
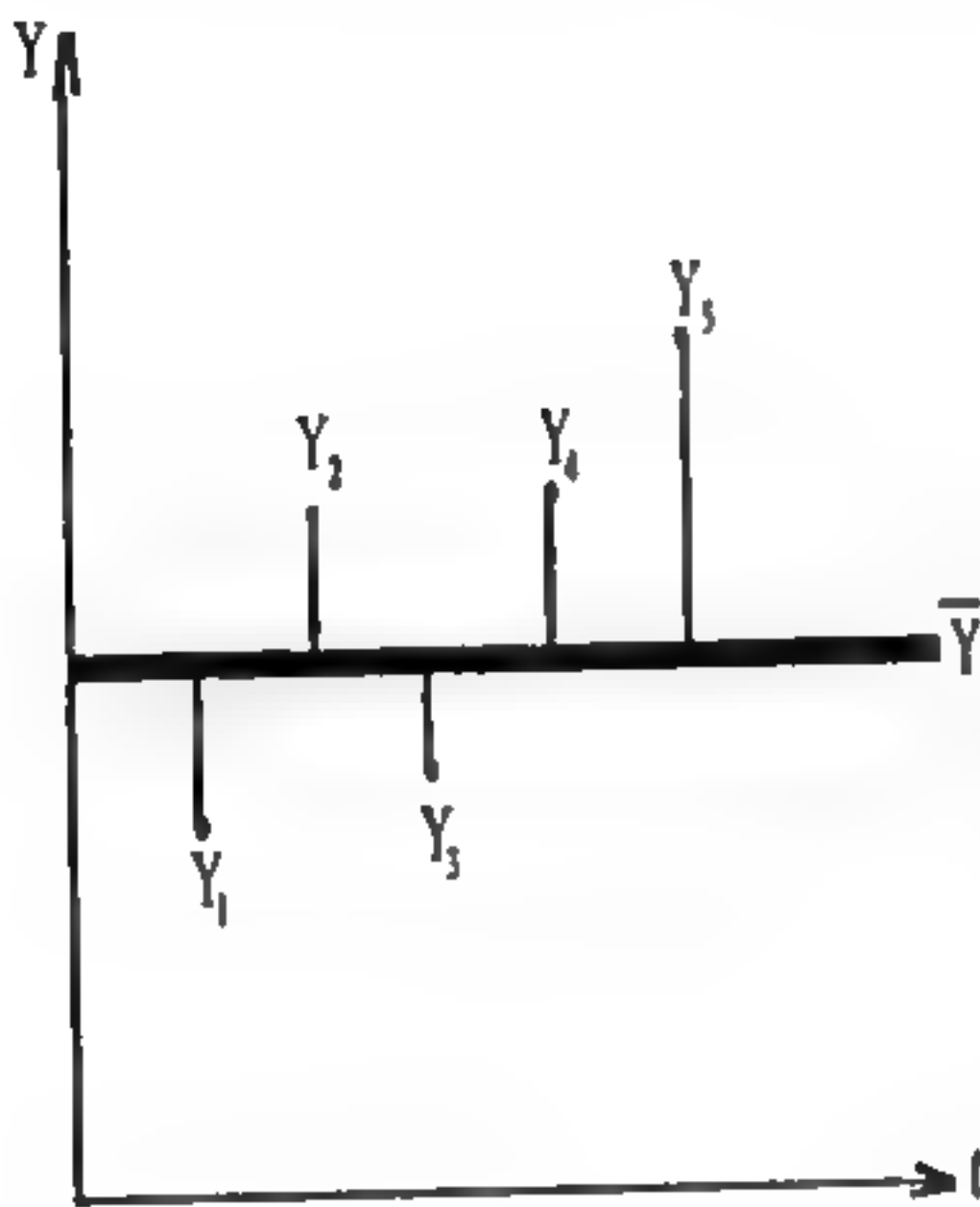
أولاً : حساب معامل التحديد r^2 الذي يبين النسبة المئوية من تغير الظاهرة المدروسة Y والذي يمكن تفسيره بتغير الزمن t ، وكذا معامل الارتباط r للتعرف عن شدة العلاقة وطبيعتها (طرديّة أو عكسيّة) بين Y و t . يمكننا حساب معامل التحديد

من خلال إحدى العلاقات التالية :

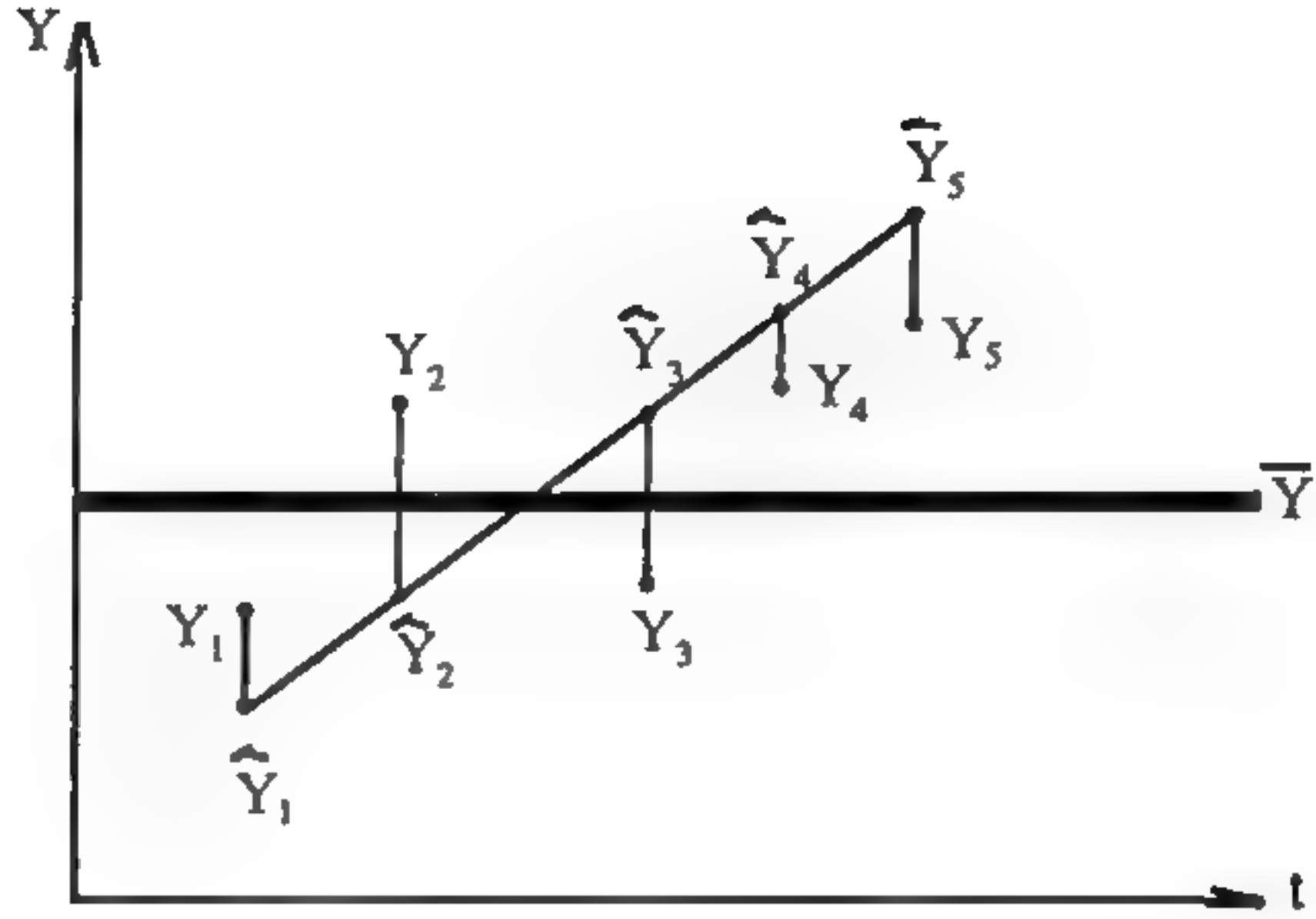
$$r^2 = \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$r^2 = 1 - \frac{\text{التباين غير المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = 1 - \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

ومن خلال العلاقة الخطية البسيطة بين t و Y يمكننا أن نوضح المفاهيم الإحصائية الواردة في الصيغ أعلاه.



$$\sigma_Y^2 = \frac{\sum (Y - \bar{Y})^2}{n} = \text{التباين الإجمالي} \quad \sigma_{\hat{Y}}^2 = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{n} = \text{التباين المفسر}$$



$$\sigma_{\varepsilon}^2 = \frac{\sum (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n} = \text{التباين غير المفسر}$$

$$\text{ويبدو واضحا أن } \sigma_Y^2 = \sigma_{\hat{Y}}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2 \text{ أي :}$$

التباين الإجمالي = التباين المفسر + التباين غير المفسر.

إن معامل التحديد r^2 دوما موجب ويكون محصورا ضمن المجال $0 \leq r^2 \leq 1$.

فمثلا عندما $r^2 = 0,75$ هذا يعني أن 75% من تغير Y يمكن أن تفسيره

بتغير عامل الزمن t .

أما معامل الارتباط فهو عبارة عن : $r = \sqrt{r^2}$ ، وهو يعبر عن شدة وطبيعة

العلاقة بين Y و t ويكون محصورا ضمن المجال : $-1 \leq r \leq +1$.

وإشارته تكون من نفس إشارة معامل الإنحدار في معادلة الاتجاه.

كلما كانت قيمة r قريبة من 1 كلما دل ذلك على وجود علاقة شديدة بين Y

و t . ينبغي الإشارة إلى أنه يمكننا حساب معامل الارتباط أولا باستخدام صيغة

بيرسون التالية :

$$r_{Y_t} = \frac{n \sum Y_t - \sum t \cdot \sum Y}{\sqrt{[n \sum t^2 - (\sum t)^2] \cdot [n \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

وبعدها نحسب معامل التحديد r^2 .

عند إقتصار الدراسة على عينة من المجتمع الإحصائي يصبح من الضروري إختبار معنوية معامل الارتباط للتأكد من أنه لم يكن نتيجة الصدفة. وبالنظر لتعاملنا في مجال الإقتصاد مع العينات الصغيرة والمتوسطة (*) الحجم فإننا عادة مانستخدم الصيغة التالية لإحصاء t :

$$t = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

حيث r معامل الارتباط، n عدد مستويات السلسلة الزمنية المدروسة.

إن هذه الصيغة لـ t لها توزيع يقارب توزيع ستودنت، وبالتالي يمكننا مقارنة قيمة t المحسوبة مع القيمة الجدولية لـ t بمستوى دلالة معين α ودرجات حرية قدرها $n - K$ (في حالة معادلة الخط المستقيم) حيث K عدد الملمات في معادلة الاتجاه.

فإذا كان $|t_{cal}| > t_{tab}$ نقول أن قيمة r معنوية.

ثانيا : نستخدم المعادلة المقدرة في التوقع للفترة المطلوبة وذلك بالتعويض عن t في معادلة الاتجاه المقدرة بالقيمة المقابلة له في فترة التوقع. ينبغي الإشارة إلى أن عدد خطوات التوقع (نرمز لها بـ τ لاحقا)، يجب أن لا تتجاوز سدس إلى خمس عدد مستويات السلسلة الزمنية التي تم على أساسها تقدير معادلة الاتجاه. وبصفة عامة كلما كانت فترة التوقع قصيرة كلما زاد احتمال الحصول على توقعات

(*) عند العينات الكبيرة نستخدم الصيغة التالية : $t = r \sqrt{n-1}$.

دقيقة، وكلما كانت فترة التوقع طويلة كلما تضاعفت إمكانيات حصول مستجدات في الشروط والظروف المحيطة بالظاهرة المدروسة، وبالتالي تكون نتائج التوقع أقل دقة.

ينبغي أيضا تحديد مجال التوقع، لأن التوقع هو قيمة احتمالية وما يحدث في الحياة العملية هو أن المستويات الفعلية تنحرف زيادة أو نقصانا عن القيمة المتوقعة بمقدار معين، وهناك إمكانية لتحديد هذا المجال مسبقا باحتمال معين [4 ص 85].

مستوى الثقة	%68	%95	%99
المجال	$\hat{Y}_{PR.} \pm S_{\hat{Y}_{l+\tau}}$	$\hat{Y}_{PR.} \pm 2 S_{\hat{Y}_{l+\tau}}$	$\hat{Y}_{PR.} \pm 3 S_{\hat{Y}_{l+\tau}}$

حيث τ تشير إلى عدد الخطوات الزمنية للتوقع، أما $S_{\hat{Y}_{l+\tau}}$ فهو الخطأ المعياري للتوقع ويتم تحديده عند معادلة الاتجاه وفقا لمعادلة الخط المستقيم كالتالي [4 ص ص 84 - 85].

$$S_{\hat{Y}_{l+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(\tau + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{2}}}$$

$$S_{\hat{Y}_{l+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a \sum Y - b \sum Yt}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(\tau + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{2}}}$$

(*) يستخدم عادة الرمز σ عند المجتمع الإحصائي، بينما نستخدم الرمز S عند العينات.

مثال (1) : لدينا الإحصاءات التالية خاصة برصيد الدين الخارجي للجزائر خلال الفترة 1967 - 1993.

السنوات	رصيد الدين الخارجي مليار دولار أمريكي	السنوات	رصيد الدين الخارجي مليار دولار أمريكي
1967	0,3724	1980	19,2420
1968	0,4766	1981	18,3790
1969	0,6779	1982	17,6040
1970	0,9380	1983	16,0470
1971	1,2321	1984	15,0970
1972	1,5117	1985	16,4850
1973	2,9446	1986	20,4360
1974	3,3249	1987	24,3860
1975	4,4750	1988	24,8500
1976	7,3900	1989	26,0630
1977	10,1000	1990	26,1230
1978	14,8000	1991	27,796
1979	17,4000	1992	27,0000
		1993	27,8000

وكان المطلوب هو التوقع برصيد الدين الخارجي لسنة 1995 وأيضا لسنة

2000 بافتراض أن معادلة الاتجاه المناسبة هي :

$$\hat{Y}_t = a + b t$$

خطوات العمل :

تقوم بإعداد المجاميع اللازمة لتقدير معالم معادلة الاتجاه a , b , يمكننا

إعطاء قيم معينة لـ t بحيث يكون $\sum t = 0$ ، وبالتالي يصبح لدينا :

$$\sum Y = n a + 0$$

$$\sum Y t = 0 + b \sum t^2$$

ومنه :

$$a = \frac{\sum Y}{n} , b = \frac{\sum Y t}{\sum t^2}$$

ومن الجدول رقم (22) لدينا :

$$a = \frac{\sum Y}{n} = \frac{372,9492}{27} = 13,8129$$

$$b = \frac{\sum Y t}{\sum t^2} = \frac{2003,2256}{1638} = 1,2229$$

إذا معادلة الإنجاء المقدرة^(*) هي :

$$\hat{Y}_t = 13,8129 + 1,2229 t$$

a هنا تمثل متوسط مستوى رصيد الدين الخارجي خلال الفترة 1993/1967

بينما b تمثل مقدار الزيادة المتوسطة السنوية لرصيد الدين الخارجي خلال الفترة المدروسة.

(*) كان ممكنا تقدير معادلة الإنجاء بإعطاء قيم لـ t من 1 إلى 27 وعندها نحصل على معادلة الإنجاء

$$\hat{Y}_t = 3,433 + 1,229 t$$

a هنا تعني مقدار \hat{Y} عندما $t = 0$ أي قيمة رصيد الدين الخارجي في سنة 1966.

جدول رقم (22) : المجاميع اللازمة لتقدير معادلة الانجاء

$$\hat{Y} = a + b t$$

الرقم	السنوات	Yi	t	t ²	Yt	Y ² _i
1	1968	0,3724	- 13	169	- 4,8412	0,1386
2	1968	0,4766	- 12	144	- 5,7192	0,2271
3	1969	0,6779	- 11	121	- 7,4569	0,4595
4	1970	0,9380	- 10	100	- 9,38	0,8798
5	1971	1,2321	- 9	81	- 11,0889	1,5180
6	1972	1,5117	- 8	64	- 12,0936	2,2852
7	1973	2,9446	- 7	49	- 20,6122	8,6706
8	1974	3,3249	- 6	36	- 19,9494	11,0549
9	1975	4,4750	- 5	25	- 22,3750	20,0256
10	1976	7,3900	- 4	16	- 29,56	54,6121
11	1977	10,1000	- 3	9	- 30,3	102,0100
12	1978	14,8000	- 2	4	- 29,6	219,0400
13	1979	17,4000	- 1	1	- 17,4	302,7600
14	1980	19,2490	0	0	0	370,2545
15	1981	18,3790	1	1	18,3790	337,7876
16	1982	17,6040	2	2	35,2080	309,9008
17	1983	16,0470	3	9	48,1410	257,5062
18	1984	15,0970	4	16	60,3880	227,9194
19	1985	16,4830	5	25	82,4150	271,6892
20	1986	20,4360	6	36	122,6160	417,6300
21	1987	24,3860	7	49	170,7020	594,6769
22	1988	24,8500	8	64	198,8000	617,5225
23	1989	26,0630	9	81	274,5670	679,2799
24	1990	26,0630	10	100	2161,2300	682,4111
25	1991	27,7960	11	121	305,7560	772,6176
26	1992	27,000	12	144	324,0000	729,0000
27	1993	27,8000	13	169	361,4000	772,8400
المجموع	/	372,9492	0	1638	2003,2256	7764,7171

نقوم بحساب معامل التحديد باستخدام إحدى العلاقات السابقة :

$$r^2 = \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}$$

وفي حالة معادلة الخط المستقيم $Y = a + b t$ يمكننا أن نكتب :

$$r^2 = \frac{b^2 \left[\sum t^2 - (\sum t)^2 / n \right]}{\sum Y^2 - (\sum Y)^2 / n}$$

$$r^2 = \frac{(1,2229)^2 \left[1638 - \frac{0}{27} \right]}{7764,7171 - \frac{(372,9492)^2}{27}} \quad \text{إذا :}$$

$$r^2 = \frac{2449,4652}{2613,1949} = 0,9373$$

هذا يعني أن 93,73% من تغير رصيد الدين الخارجي يمكن تفسيره بتغير الزمن t ، مع الإشارة إلى أن الزمن هنا لا يجب أن ننظر إليه على أنه مجرد تعاقب وحدات زمنية فقط، بل هو حصيلة تضم كل العوامل التي يمكن أن تؤثر في الظاهرة المدروسة؛ رصيد الدين الخارجي.

إذا معامل الارتباط :

$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0,9373} = 0,9681$$

إشارة r تتطابق مع إشارة b في معادلة الاتجاه المقدرة وهي موجبة، وبالتالي يمكننا القول أن علاقة Y و t قوية جدا وطرديّة.

ومن أجل التأكد من معنوية معامل الارتباط، نحسب العلاقة :

$$t = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,9681 \sqrt{27-2}}{\sqrt{1-0,9373}} = 19,3387$$

وبالرجوع إلى جدول t بدرجات حرية قدرها $n - 2 = 27 - 2 = 25$ ودرجة ثقة قدرها 95% نجد أن (أنظر الملحق) :

$$t_{lab. 25; 95\%} = 2,060$$

إذا $t_{cal.} > t_{lab.}$ وبالتالي يمكننا أن نعتبر أن معامل الارتباط المحسوب معنوي بثقة قدرها 95%.

التوقع برصيد الدين الخارجي لسنة 1995

لدينا معادلة الاتجاه المقدرة $\hat{Y}_t = 13,8129 + 1,2229 t$ نعوض فيها عن

قيمة t المقابلة لسنة 1995 وهي : 15 ومنها نحصل على رصيد الدين المتوقع :

$$\hat{Y}_{1995} = 13,8129 + 1,2229 (15) = 32,1564 \text{ مليار دولار}$$

ومن أجل تحديد المجال المتوقع باحتمال 95% علينا أولاً بحساب الخطأ

المعياري للتوقع.

$$S_{\hat{Y}_{t+2}} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a \sum Y - b \sum Yt}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(t + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{2}}}$$

$$S_{\hat{Y}_{t+2}} = \sqrt{\frac{7764,7171 - 13,8129 \cdot 372,9492 - 1,2229 \cdot 2003,2256}{27-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{27} + \frac{\left(2 + \frac{27-1}{2}\right)^2}{1638 - \frac{0}{27}}}$$

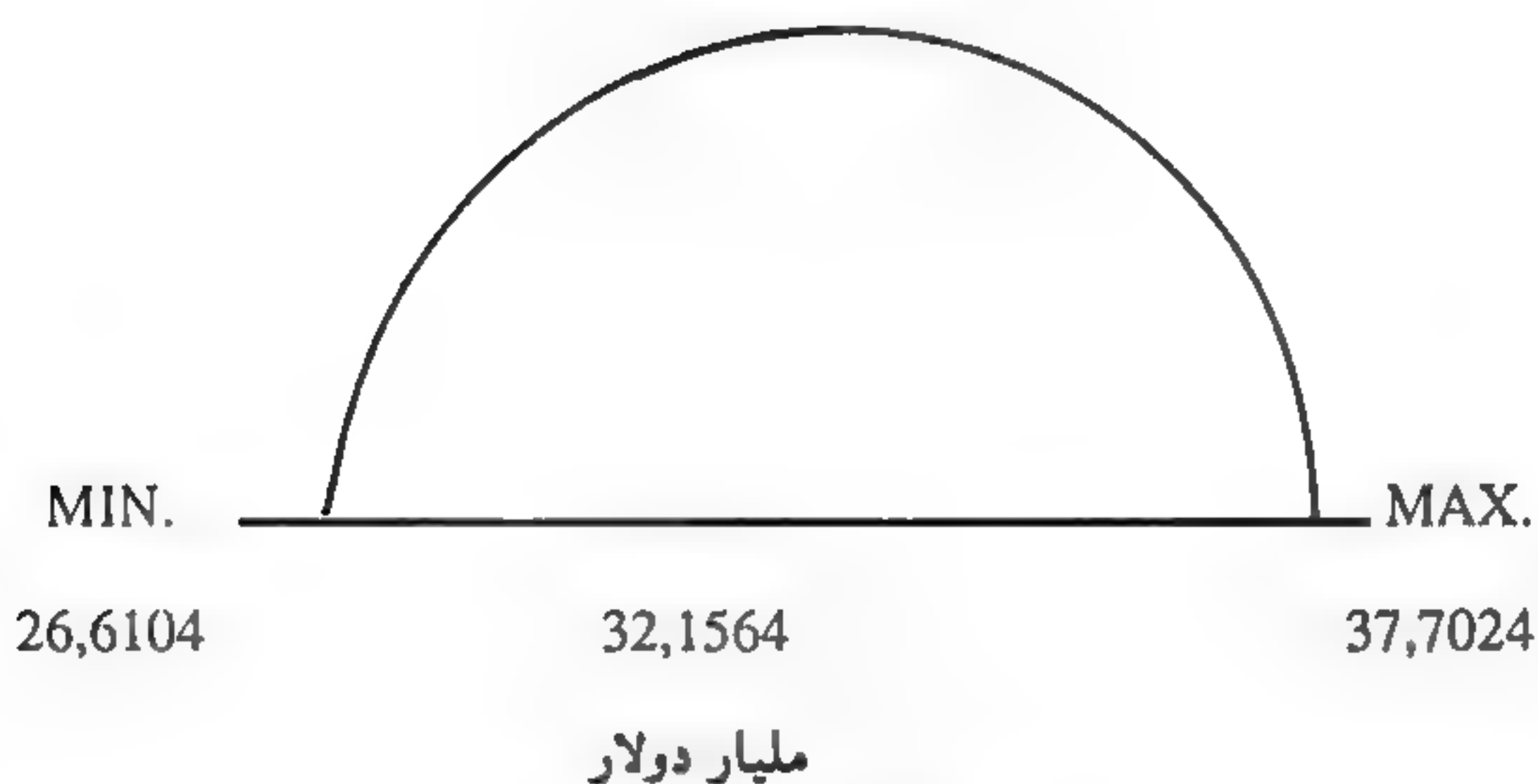
$$S_{\hat{Y}_{t+2}} = \sqrt{6,5491} \cdot \sqrt{1,1743} = 2,7730 \text{ مليار دولار}$$

إذا رصيد الدين الخارجي المتوقع لسنة 1995 سيكون محصورا ضمن المجال التالي باحتمال 95%.

$$32,1564 \pm 2 \cdot 2,7730$$

سنة 1995

باحتمال 95%



التوقع برصيد الدين الخارجي لسنة 2000

نعرض في المعادلة المقدرة بقيمة t المقابلة لسنة 2000 وهي: 20 نحصل على:

$$\hat{Y}_{2000} = 13,8129 + 1,2229 (20) = 38,2709 \text{ مليار دولار}$$

ومن أجل تحديد المجال المتوقع لرصيد الدين الخارجي في سنة 2000 باحتمال

95% نحسب أولا الخطأ المعياري للتوقع :

$$S_{\hat{Y}_{t+7}} = \sqrt{6,5491} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{27} + \frac{\left(7 + \frac{27-1}{2}\right)^2}{1638 - \frac{0}{27}}}$$

$$S_{\hat{Y}_{t+7}} = \sqrt{6,5491} \cdot \sqrt{1,2812} = 2,8966 \text{ مليار دولار}$$

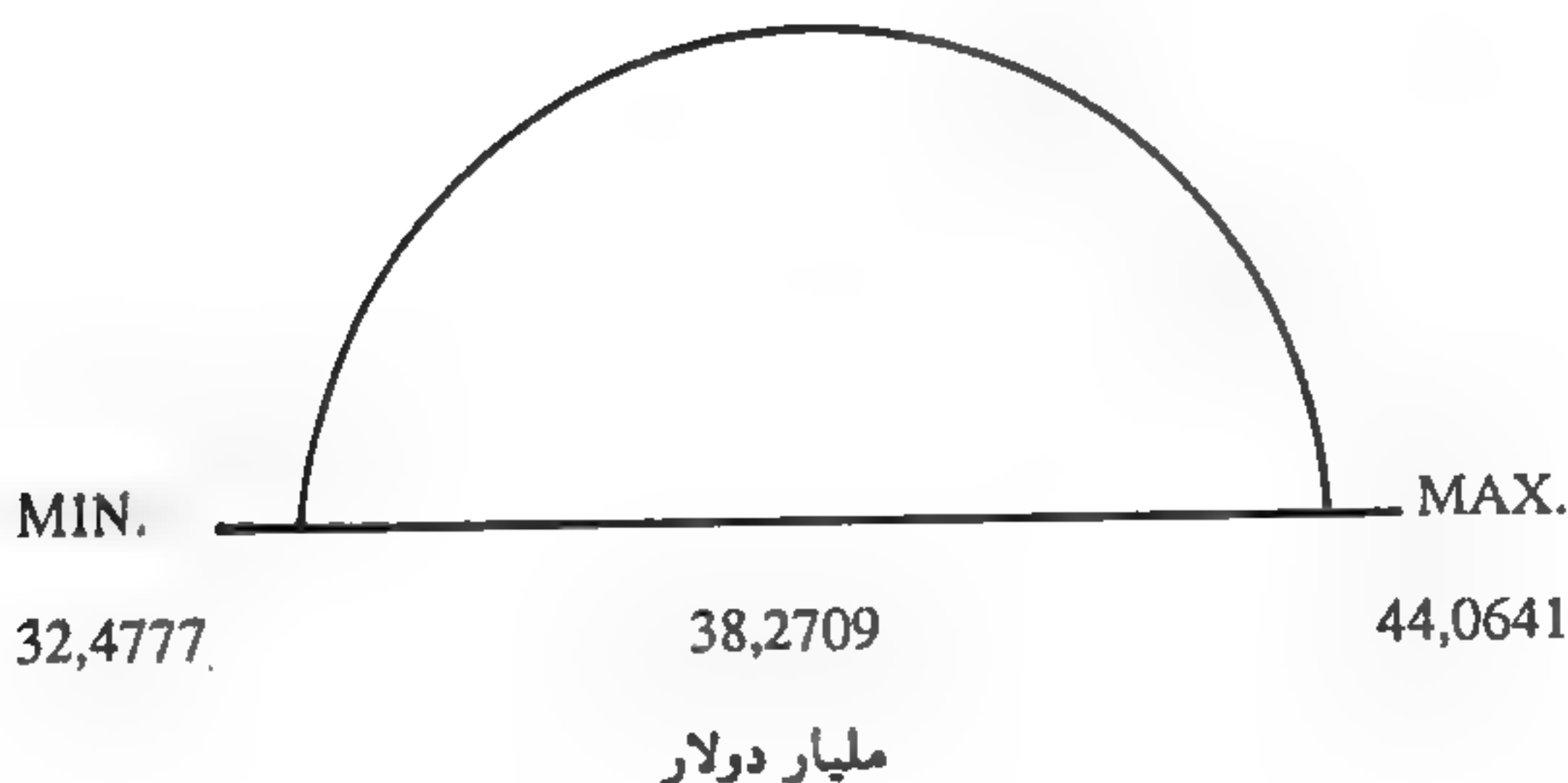
إذا فالمجال الذي سيتراوح ضمنه رصيد الدين الخارجي في سنة 2000 باحتمال

95% هو :

$$38,2709 \pm 2 \cdot 2,8966$$

سنة 2000

باحتمال 95%



مثال (2) : لدينا المعطيات التالية حول النفقات السنوية لشق وبناء الطرق في إحدى الولايات خلال الفترة 1984 - 1994، والمطلوب هو التوقع بهذه النفقات لسنة 1995 ثم لسنة 1997 . مع افتراض أن شكل معادلة الاتجاه هي :

$$\hat{Y}_t = a + bt$$

جدول رقم (23) : النفقات السنوية لشق وبناء الطرق في إحدى الولايات والمجاهيع اللازمة لتقدير معادلة الاتجاه وتقدير جودتها

السنة	النفقات السنوية (مليون دج) Y	t	t ²	tY	y - \bar{y}	(y - \bar{y}) ²	\hat{y}	$\hat{y} - \bar{y}$	($\hat{y} - \bar{y}$) ²
1984	560	1	1	560	- 466	217156	476,80	- 549,20	301620,64
1985	608	2	4	1216	- 418	174724	586,64	- 439,36	193037,20
1986	685	3	9	2055	- 341	116281	696,48	- 329,52	108583,43
1987	807	4	16	3228	- 219	47961	806,32	- 219,68	48259,30
1988	839	5	25	4195	- 187	34969	916,16	- 109,84	12064,82
1989	914	6	36	5484	- 112	12544	916,16	0	0
1990	1100	7	49	7700	74	5476	1135,84	109,84	12064,82
1991	1196	8	64	9568	170	28900	1245,64	219,68	48259,30
1992	1490	9	81	13410	464	215296	1355,52	329,52	108583,43
1993	1574	10	100	15740	548	300304	1465,36	439,36	193037,20
1994	1513	11	121	16643	487	237136	549,20	1575,20	301620,64
المجموع	11286	66	506	79799	-	1390780	11286	-	1327130,78

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{11286}{11} = 1026$$

$$\sum Y = n a + b \sum t \quad \text{لدينا المعادلتين :}$$

$$\sum Y t = a \sum t + b \sum Y t$$

$$11286 = 11 a + 66 b \quad \text{وبالتعويض نحصل على :}$$

$$79799 = 66 a + 506 b$$

$$a = 366,96 \quad , \quad b = 109,84 \quad \text{بحل المعادلتين نجد أن :}$$

$$\hat{Y}_t = 366,96 + 109,84 t \quad \text{إذا معادلة الانحدار المقدرة هي :}$$

نحسب الآن معامل التحديد ومعامل الارتباط :

$$r^2 = \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2} = \frac{1327130,78}{1390780} = 0,95$$

$$r = \sqrt{0,95} = 0,97 \quad \text{وبالتالي :}$$

هذا يعني أن 95% من تغير النفقات السنوية على بناء وشق الطرقات يمكن تفسيره بتغير الزمن t ، وأن العلاقة قوية جدا وطردية بين Y و t لأن معامل الارتباط قريب من 1 وموجب.

ومن أجل اختبار المعنوية الإحصائية لمعامل الارتباط نحسب قيمة t (إحصاء ستودنت).

$$t = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,97 \sqrt{11-2}}{\sqrt{1-0,95}} = 13,22$$

بينما قيمة t الجدولية (أنظر الملحق) عند درجات الحرية $n - k = 11 - 2 = 9$

وثقة قدرها 95% هي : $t_{lab9; 95\%} = 2,262$

ربما أن : $t_{cal} > t_{tab}$

إذا يمكننا إعتبار أن قيمة r المحسوبة معنوية ولم تكن نتيجة الصدفة بثقة

قدرها 95%.

نستخدم الآن المعادلة المقدرة في التوقع لسنة 1995، حيث قيمة t المقابلة

لسنة 1995 هي : 12، إذا :

$$\hat{Y}_{1995} = 366,96 + 109,84 (12) = 1685,04$$

ومن أجل تحديد المجال الذي يمكن أن تقع ضمنه النفقات السنوية لشق وبناء

الطرق في الولاية المعنية، نقوم بتحديد الخطأ المعياري للتوقع :

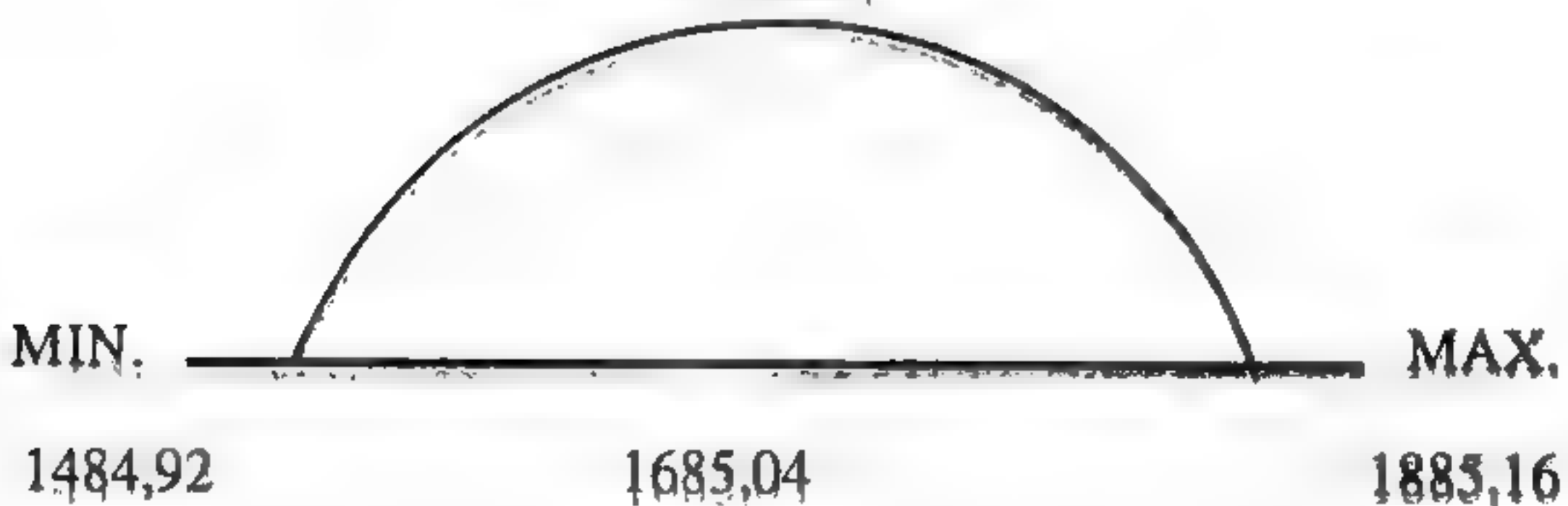
$$S_{\hat{Y}_{t+1}} = \sqrt{\frac{63649,22}{9}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{11} + \frac{\left(1 + \frac{11-1}{2}\right)^2}{506 - \frac{4356}{11}}}$$

$$= 84,09 \cdot 1,19 = 100,06$$

إذا المجال هو : $1685,04 \pm 2 \cdot 100,06$

سنة 1995

باحتمال 95%



أما التوقع الخاص بسنة 1997 فيمكن تحديده بالتعويض في المعادلة المقدرة بقيمة t المناسبة لسنة 1997 وهي : 14.

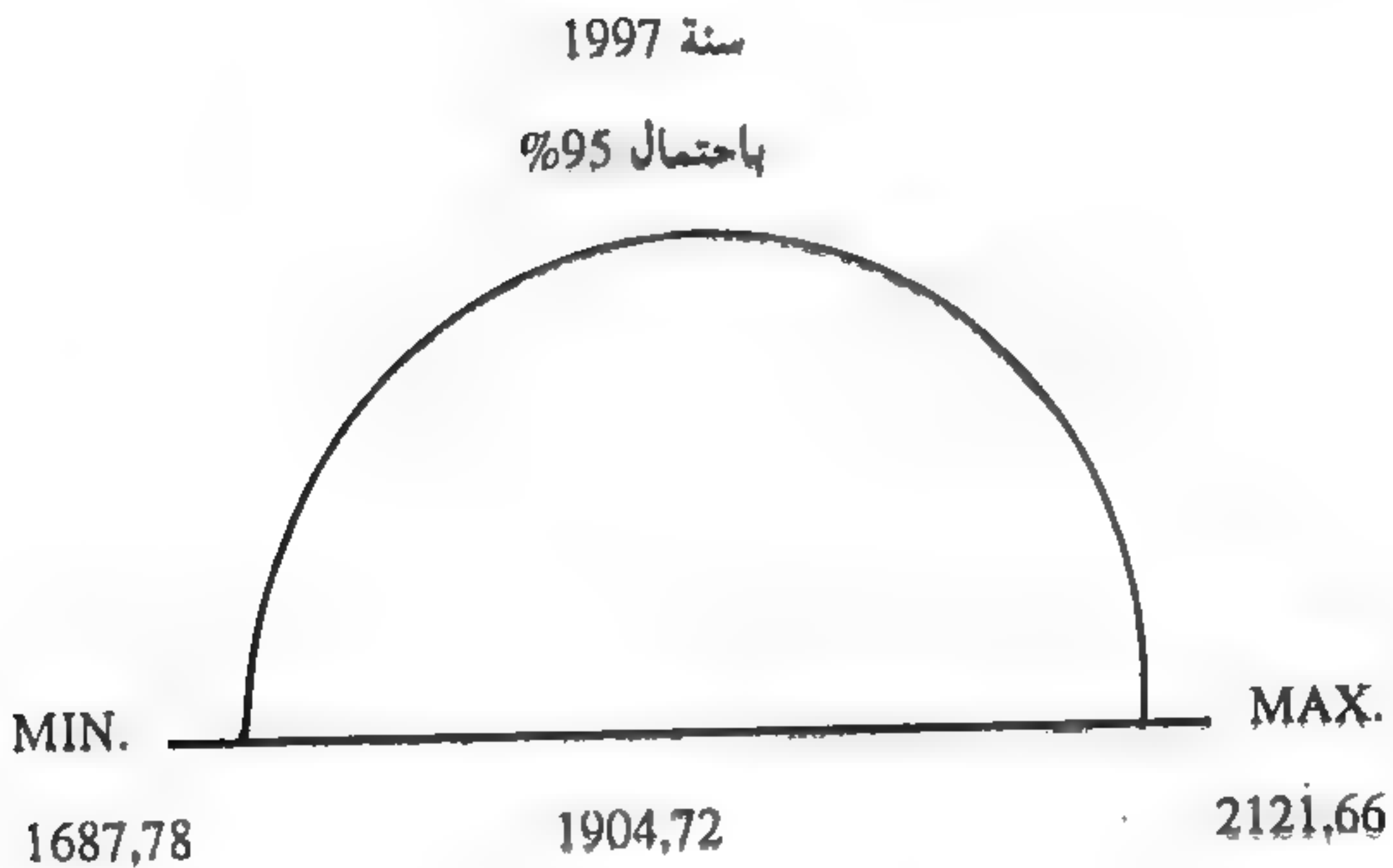
$$\hat{Y}_{1997} = 366,96 + 109,84 (14) = 1904,72$$

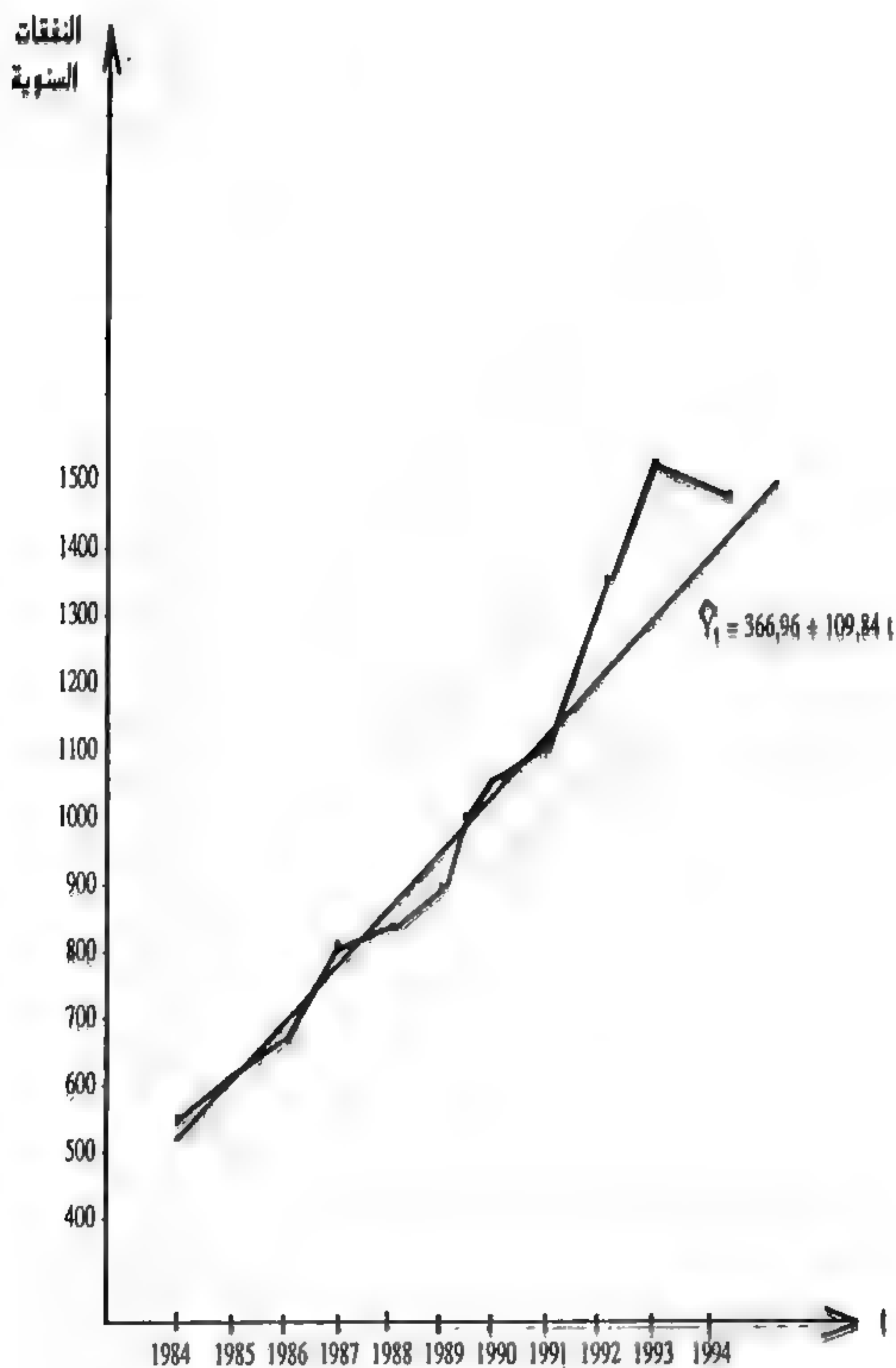
نحسب الخطأ المعياري للتوقع.

$$S_{\hat{Y}_{t+3}} = 84,09 \sqrt{1 + \frac{1}{11} + \frac{\left(3 + \frac{11-1}{2}\right)^2}{506 \cdot \frac{4356}{11}}} = 84,09 \cdot 1,29 \text{ مليون دج}$$

$$S_{\hat{Y}_{t+3}} = 108,47$$

وبالتالي فالمجال هو : $1904,72 \pm 2 \cdot 108,47$





شكل رقم (6) المستويات الفعلية والمقدرة للنفقات السنوية
لبناء وشق الطرقات في إحدس الولايات

4 - 2 - التوقع باستخدام نماذج

الانحدار والارتباط

يقصد بنموذج الانحدار والارتباط صياغة العلاقة بين ظاهرة معينة تابعة لـ Y ومجموعة من العوامل المفسرة لها X_1, X_2, \dots, X_m ، وتصوير هذه العلاقة في شكل نموذج إحصائي. يطلق عادة على المراحل الأولى من هذه العملية والتي تبدأ بتحديد قائمة هذه العوامل إلى صياغة النموذج بتحليل الانحدار، بينما يطلق على المراحل المالية والخاصية بتقدير جودة النموذج وأجراء مختلف اختبارات المعنوية الاحصائية بتحليل الارتباط، ولما كان العمل الثاني مكملًا للعمل الأول فقد اصطلح على إطلاق تحليل الانحدار والارتباط للدلالة على جميع مراحل هذه الدراسة.

نميز عادة بين نوعين من نماذج الانحدار من حيث طبيعة الاحصاءات التي تبنى على أساسها : نماذج الانحدار المكانية (سباتيكية) وتبنى على أساس احصاءات تخص عدة مؤسسات أو مزارع أو غيرها من المواضيع، وتكون خاصة بفترة زمنية واحدة، سنة مثلاً، وتستخدم عادة النماذج التي تبنى على هذا الأساس في التحليل الإقتصادي والتنميط. بينما نوع آخر من نماذج الانحدار يبنى على أساس سلسلة زمنية (كل متغير X_1, X_2, \dots, X_m, Y عبارة عن سلسلة زمنية) بينما الموضوع أي المؤسسة أو المزرعة الذي تخصه هذه السلاسل الزمنية واحدة. وتستخدم النماذج التي تبنى على هذا الأساس في التوقع خاصة. وتثار بشأن النماذج التي تبنى على أساس السلاسل الزمنية عدة صعوبات تتعلق خاصة بمشكلة الارتباط الذاتي في كل سلسلة زمنية وأيضاً في البواقي e_i ($e_i = Y_i - \hat{Y}_i$) وأيضاً تعدد الارتباطات فيما

بين المتغيرات المستقلة وكذا عدم التطابق الزمني بين السبب والنتيجة وهو ما يطلق عليه بالتباطؤ، وسنتعرف بشئ من التفصيل على هذه المشكلات لاحقا.

يمكننا أن نميز أيضا بين نماذج الانحدار البسيطة والمتعددة حيث يعني الأول إقتصار النموذج على صياغة العلاقة بين متغيرين فقط Y ظاهرة تابعة و X ظاهرة مفسرة، بينما نموذج الانحدار المتعدد يعني صياغة العلاقة بين المتغير Y ومجموعة من المتغيرات المفسرة X_1, X_2, \dots, X_m . وسنتناول كل نوع على حدى مع إبراز كيفية استخدام كل نوع في التوقع.

4 - 2 - 1 - التوقع بواسطة نموذج

الانحدار البسيط

يعني ذلك كما ذكرنا صياغة نموذج إحصائي يحتوي على الظاهرة المعنية بالتوقع Y و X كمتغير مفسر. وبعد صياغة هذا النموذج يتم التعويض عن المستوى المفروض لـ X والخاص بفترة التوقع، ومن ثم نحصل على التوقع الخاص بـ Y .
الأكيد أن هناك عوامل أخرى غير العامل X تؤثر في Y ولم تدرج في النموذج. والحقيقة أن اختيار العامل X كمتغير مفسر وحيد يجب أن يستند إلى مبررات موضوعية قوية حيث يجب أن يدل التحليل النوعي على أنه يمثل حصيلة تأثير العديد من العوامل غير المباشرة ويتم تأكيد ذلك إحصائيا عند حساب معامل التحديد، حيث يجب أن يدل على أن تغير X يفسر نسبة عالية من تغير Y .

يكتب النموذج الخطي البسيط كالتالي : $Y = a + bX + u$.

وعند إجراء التقدير على أساس العينة فإن النموذج يكتب $Y = a + bX + e$.

على اعتبار أن e_i هي البواقي وهي تعبر عن تقديرات الخطأ العشوائي في العينة المدروسة. أما النموذج المقدر فيكتب : $\hat{Y} = a + bX$.

4 - 2 - 1 - 1 - فرضيات نموذج الانحدار البسيط

لكي يمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية في تقدير معاملات معادلة الانحدار يجب توافر الفرضيات التالية [10 ص ص 82-84] [7 ص ص 156-157].

1 - المتغير التابع Y يكون دالة خطية في المتغير المستقل X .

2 - عنصر الخطأ U_i متغير عشوائي يخضع للتوزيع الطبيعي.

3 - قيم U_i مستقلة عن بعضها البعض.

4 - انتظام قيم المتغير X وعدم تغيرها من عينة إلى أخرى وإنه مهما اختلف حجم العينة تكون القيمة $\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}$ عبارة عن قيمة نهائية غير مساوية للصفر.

5 - ليس هناك أخطاء في البيانات الإحصائية لـ X و Y .

إن عدم تحقق هذه الفرضيات يؤدي إلى حدوث مشكلات خاصة تتعلق بدقة النموذج وإمكانية إجراء الاختبارات الإحصائية.

4 - 2 - 1 - 2 - خطوات بناء نموذج الانحدار البسيط

واستخدامه في التوقع

من أجل صياغة نموذج الانحدار البسيط يكون صالحا لاستخدامه في التوقع بالظاهرة Y .

يجب المرور بالخطوات التالية :

1 - التحديد الدقيق للظاهرتين Y و X وطرق قياسهما، فإذا كان مثلاً X هو الدخل و Y هو الإستهلاك، فيجب من البداية أن يكون واضحاً مفهوم الدخل في هذه الحالة الملموسة، هل الدخل المعلن فقط؟ هل الدخل المتأتى من العمل الرئيسي للفرد فقط؟ كما يجب تحديد مفهوم دقيق للإستهلاك والعناصر التي يتضمنها مثلاً : الغذاء، الملابس، الإيجار، الطاقة، النقل... أما بالنسبة لطريقة القياس فيجب مراعاة ثباتها عند كل مستويات السلسلة الزمنية بالإضافة إلى مراعاة الشروط المذكورة في الفقرة 1-2 حتى تكون مستويات السلسلة الزمنية قابلة للمقارنة فيما بينها. يجب الإشارة إلى أنه بالنسبة للعوامل الكيفية (مثل المهنة، الجنس، مستوى التعليم، الخبرة وغيرها) فإن إدراجها كمعامل مستقلة في النموذج يجب أن يتم بواسطة ترتيبهما.

2- جمع البيانات الإحصائية حول X و Y مع مراعاة الدقة، حجم البيانات يجب ألا يقل عن 6 إلى 8 مرات عدد العوامل المدرجة في النموذج [11 ص 217]. ففي حالة نموذج الإنحدار البسيط فإن عدد المستويات لكل من X و Y يجب أن لا يقل عن 12 مستوى.

3 - اختيار شكل المعادلة المناسبة ويتم ذلك على أساس التحليل النوعي قبل كل شيء، أي التحليل المنطقي لطبيعة الظاهرتين المدروستين والعلاقة الموضوعية بينهما، لهذا يجب في البداية تحديد شكل المعادلة وفقاً للتحليل الإقتصادي، كما يمكن الاستعانة بالتمثيل البياني للمستويات X و Y وملاحظة شكل سحابة النقاط ومن ثم اختيار الشكل المناسب [أنظر الفقرة 2-5-2] كما يمكن اختيار شكلين

أو أكثر وبعدها يتم الاستقرار على تلك المعادلة التي تعطي أقل خطأ معياري للتقدير.

4 - تقدير معاملات معادلة الانحدار، حيث يستخدم عادة أسلوب المربعات الصغرى باعتباره يعطي أفضل التقديرات، غير متحيزة وذات أصغر تباين [17، 10، 7]. لقد سبق شرح مبدأ المربعات الصغرى في الفقرة 2-5-2. نذكر بأن الفرق بين الشكل الحقيقي للمعادلة والشكل المعتمد يسمى بالباقي ويرمز له في العينة المدروسة بـ e_i وهي عبارة عن تقديرات للمتغير العشوائي u_i وبالتالي فإن :

$$\sum e_i^2 = \sum (Y - \hat{Y})^2$$

إن تقدير معاملات معادلة الانحدار وفقا لمبدأ المربعات الصغرى يعطي أحسن منحني (الأقرب إلى نقاط المستويات الفعلية) مقارنة بباقي المنحنيات من نفس الشكل والتي يمكن أن نحصل عليها بغير أسلوب المربعات الصغرى.

من أجل الحصول على تقديرات لمعاملات معادلة الانحدار المفروضة، نقوم بالتعويض عنها في الصيغة : $\sum e_i^2 = \sum (Y - \hat{Y})^2$.

ونقوم بالاشتقاقات الجزئية على المقدار $\sum e_i^2$ بالنسبة لكل معلمة وتسوية تلك المعادلات التي عددها يكون مساويا لعدد المعلمات بالصفر ومن ثم نحصل على جملة من المعادلات والتي بحلها نحصل على تقديرات لتلك المعلمات.

فمثلا بالنسبة لمعادلة الانحدار الخطية البسيطة $\hat{Y} = a + bX$.

$$\sum e_i^2 = \sum (Y - \hat{Y})^2 = \sum (Y - a - bX)^2 \quad \text{فإن :}$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial a} = -2 \sum (Y - a - bX) = 0$$

$$\sum Y - n a - b \sum X = 0$$

$$\sum Y = n a + b \sum X \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b} = - 2 \sum X (Y - a - b X) = 0$$

$$\sum X Y - a \sum X - b \sum X^2 = 0$$

$$\sum X Y = a \sum X + b \sum X^2 \dots\dots\dots (2)$$

إذا المعادلتين هما :

$$\sum Y = n a + b \sum X$$

$$\sum X Y = a \sum X + b \sum X^2$$

وينفس الطريقة سنحصل على المعادلات التي تمكنتنا من تقدير معاملات معادلة

الانحدار التي شكلها : $\hat{Y} = a_0 + a_1 X + a_2 X^2$ وهي :

$$\sum Y = a_0 n + a_1 \sum X + a_2 \sum X^2$$

$$\sum X Y = a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 + a_2 \sum X^3$$

$$\sum X^2 Y = a_0 \sum X^2 + a_1 \sum X^3 + a_2 \sum X^4$$

وأیضا بالنسبة لشكل المعادلة $\hat{Y} = a + \frac{b}{X}$ فإننا سنحصل على المعادلتين :

$$\sum Y = a n + b \sum \frac{1}{X}$$

$$\sum \frac{Y}{X} = a \sum \frac{1}{X} + b \sum \frac{1}{X^2}$$

يجب التذكير بأن إستخدام مبدأ المربعات الصغرى من أجل الحصول على

تقديرات دقيقة لمعاملات معادلة الانحدار تتطلب أولا تحويل المعادلة المراد تقديرها

إلى الصيغة الخطية. فإذا كان مثلاً شكل معادلة الانحدار هو : $\hat{Y} = a_0 + a_1 X$.

فيجب أولاً تحويلها إلى الصيغة الخطية وذلك بإدخال اللوغاريتم على طرف

$$\text{المعادلة لنكتب : } \log \hat{Y} = \log a_0 + X \log a_1$$

ومن ثم إجراء الاشتقاقات الجزئية، وسنحصل بعد ذلك على المعادلتين :

$$\sum \log Y = n \log a_0 + \log a_1 \sum X.$$

$$\sum X \log Y = \log a_0 \sum X + \log a_1 \sum X^2.$$

وهكذا بالنسبة لباقي الأشكال الممكنة من معادلات الانحدار.

5 - التحقق من دقة النموذج واختبار معنويته. يمكن القول بأن التوقعات

تتعلق أساساً بدقة النموذج أي مدى مطابقته للواقع، وبالتالي فإن بناء النموذج

والتحقق من دقته يعتبر المرحلة الحاسمة، بل وفي هذه المرحلة يتقرر مصير التوقع

[12 ص 10]. عملياً يتم ذلك بحساب معامل التحديد ومعامل الارتباط وذلك

باستخدام العلاقات التالية :

$$r^2 = \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2} : \text{معامل التحديد}$$

$$r^2 = 1 - \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = 1 - \frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2} : \text{أو}$$

باعتبار أن التباين الإجمالي = التباين المفسر + التباين غير المفسر

ثم حساب معامل الارتباط حيث : $r = \sqrt{r^2}$.

وعند نموذج الانحدار الخطي البسيط يمكننا حساب معادل الارتباط مباشرة

باستخدام صيغة بيرسون :

$$r = \frac{n \sum XY - \sum X \cdot \sum Y}{\sqrt{[n \sum X^2 - (\sum X)^2] \cdot [n \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

قيمة r تتراوح بين 1 و -1 وكلما كانت قيمة r قريبة من الواحد دل ذلك على وجود علاقة قوية بين X و Y ، وكلما كانت قريبة من الصفر دل ذلك على وجود علاقة ضعيفة بين X و Y ، أما إشارة r فهي تدل على طبيعة العلاقة، طردية إذا كانت موجبة وعكسية إذا كانت سالبة.

يجب اختبار معنوية معامل الارتباط للتأكد من معنوية الإحصائية، ونستخدم من أجل ذلك عادة الصيغة التالية عند العينات الصغيرة والمتوسطة :

$$t_{cal} = \frac{r \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}}$$

لإذا كانت t_{cal} أكبر من قيمة t الجدولية t_{tab} عند $n-2$ درجات حرية ومستوى دلالة قدره $\alpha\%$ نقول أن r معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة وذلك باحتمال قدره $\alpha - 100\%$.

6 - استخدام معادلة الانحدار الخطية البسيطة في التوقع. هناك حالتان،

إما أن يكون المتغير المستقل X الخاص بفترة التوقع وسنرمز له بـ X_{PR} معطى، وبالتالي فالعملية تصبح بسيطة، حيث نقوم بالتعويض بقيمته في المعادلة المقدرة ومن ثم يتم الحصول على مستوى Y المتوقع، أي Y_{PR} .

إما أن قيمة X_{PR} غير معطاة وبالتالي X_{PR} هي نفسها محل توقع، ويتم

التوقع بها بإحدى الطرق التي عرفناها في الفصل السابق وعادة ما نستخدم معادلة الاتجاه $X = \psi(t)$ ، إذا كانت السلسلة الزمنية لـ X بها اتجاه. وبعد حصولنا على التوقع الخاص بـ X ، أي حصولنا على X_{PR} نعوض بقيمته في نموذج الانحدار المقدر. ومن أجل تحديد المجال الذي يمكن أن يقع ضمنه المستوى المتوقع لـ Y ، علينا بحساب أولا الخطأ المعياري للتوقع والذي بحسب وفقا لإحدى الصيغ التالية بالنسبة لمعادلة الانحدار الخطية البسيطة.

$$S_{\hat{Y}_{1+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_{PR} - \bar{X})^2}{\sum (X_{PR} - \bar{X})^2}}$$

أو :

$$S_{\hat{Y}_{1+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a \sum Y - b \sum YX}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(\tau + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}}$$

ويتم إقرار مجال التوقع كالتالي (*) :

$$\hat{Y}_{PR} \pm t_{V, \alpha \%} \cdot S_{\hat{Y}_{1+\tau}}$$

(*) يمكن تحديد مجال التوقع مثل ما فعلنا في الفقرة 4 - 1 عند إستخدامنا لمعادلة الاتجاه في

التوقع حيث :

%99	%95	%68
$\hat{Y}_{PR} \pm 3 S_{\hat{Y}_{1+\tau}}$	$\hat{Y}_{PR} \pm 2 S_{\hat{Y}_{1+\tau}}$	$\hat{Y}_{PR} \pm S_{\hat{Y}_{1+\tau}}$

غير أن الطريقة المذكورة أعلاه هي أكثر دقة ويمكن تعميم إستخدامها عند التوقع باستخدام معادلة الاتجاه.

حيث Y هو المستوى المتوقع -القيمة المتوسطة-، $t_{V,\alpha\%}$ هي قيمة توزيع ستودنت النظرية عند مستوى الدلالة $\alpha\%$ ودرجات حرية قدرها $(V = n - K)$ وسنتعرف في مثالنا القادم عن كيفية استخراج قيمة t من جداول خاصة.

4 - 2 - 1 - 3 - مشكلات بناء واستخدام نموذج

الإنحدار البسيط في التوقع

إنّ خرق الفرضيات المذكورة سابقا يؤدي إلى بروز عدة مشكلات منها مشكلة الارتباط الذاتي للبواقي ومشكلة التباطؤ الزمني.

4 - 2 - 1 - 3 - الارتباط الذاتي للبواقي : تبرز هذه المشكلة عن

عدم تحقق الفرضية رقم 3 المذكورة سابقا، مصدر هذه المشكلة يكمن في عدم إدراج أحد أو بعض العوامل الأساسية في النموذج، أي أن إدراج العامل الوحيد X في النموذج لم يكن كافيا لتفسير تغير Y ، حيث إلى جانبه توجد عوامل مفسرة أساسية وبالتالي فإن تأثيرها يظهر بشكل منتظم ومتسلسل في قيم البواقي e_i .

مصدر آخر لمشكلة الارتباط الذاتي تتمثل في سوء اختيار شكل نموذج الإنحدار، كما تؤدي أخطاء التجميع والقياس إلى بروز هذه المشكلة.

هناك عدة طرق لاختبار وجود أو عدم وجود مشكلة الارتباط الذاتي في النموذج المقدر، أكثر هذه الطرق شيوعا اختبار دورين واتسون DUBIN-WATSON [أنظر المراجع 36 ص ص 211-212، 9 ص ص 224-231]. أو صياغة معادلة الإنحدار الذاتي من مراتب مختلفة بدءا من المرتبة الأولى ثم قياس معامل الارتباط $r_{e_t, e_{t-k}}$ ، فإذا كان قوي ومعنوي دل ذلك على وجود مشكلة الارتباط الذاتي

من المرتبة K.

ومن أجل تذليل مشكلة الارتباط الذاتي يمكن اللجوء إلى دراسة العلاقة بين الفوارق ΔY ، ΔX بدلا من دراستها بين المستويات X و Y مباشرة أي بمعنى صاغية نموذج للانحدار (عند الانحدار الخطي البسيط) : $\Delta Y = a + b \Delta X$.

$$\text{حيث : } \Delta Y = Y_i - Y_{i-1} \text{ و } \Delta X = X_i - X_{i-1}$$

وكل ما قيل سابقا حول كيفية إعداد واستخدام معادلة الانحدار البسيطة في التوقع يمكن تطبيقه على معادلة الانحدار البسيطة للفوارق.

ومن الأساليب الفعالة أيضا في تذليل مشكلة الارتباط الذاتي، إدخال متغير الزمن t كمتغير مستقل إلى جانب X في نموذج الانحدار ليكتب كالتالي :

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X + a_2 t$$

وانعدام الارتباط الذاتي للبواقي يؤدي إلى انعدامه في باقي السلاسل الزمنية في النموذج [7 ص 158].

4 - 2 - 1 - 3 - 2 - مشكلة التباطؤ : كثيرا ما يحدث في الحياة الاقتصادية عدم التطابق الزمني بين السبب والنتيجة مثل تباطؤ تأثير الاستثمارات الجديدة على تحسين إنتاجية العمل في المؤسسة، عدم التطابق الزمني بين زيادة المحصول الزراعي على زيادة الإنتاج في قطاع الصناعات الغذائية، وغيرها من الأمثلة، تسمى هذه المسألة بالتباطؤ الزمني لتأثير ظاهرة معينة على أخرى.

وعند أخذنا بعين الاعتبار لمقدار الوحدات الزمنية للتباطؤ فإن نموذج الانحدار

$$\hat{Y}_t = a + b X_{t-L} \quad \text{: الخطي البسيط يكتب كالتالي}$$

حيث L هو مقدار الوحدات الزمنية للتباطؤ.

إنّ تحديد مقدار L يتم قبل كل شيء، بالتحليل النوعي، أي التحليل المنطقي،

ويتم تأكيد ذلك إحصائيا بعد حساب عدة معاملات ارتباط من مراتب مختلفة : r_0 المقابل لمقدار التباطؤ يساوي صفر، r_1 المقابل لمقدار التباطؤ يساوي 1، r_2 المقابل لمقدار التباطؤ يساوي 2 وهكذا.

ويتم حساب معامل الارتباط من المرتبة L وفقا للصيغة التالية :

$$r_L = \frac{(n-L) \cdot \sum_{i=1+L}^n Y_i X_{i-L} - \sum_{i=1+L}^n Y_i \sum_{i=1+L}^n X_{i-L}}{\sqrt{\left[(n-L) \sum_{i=1+L}^n Y_i^2 - \left(\sum_{i=1+L}^n Y_i \right)^2 \right] \cdot \left[(n-L) \sum_{i=1+L}^n X_{i-L}^2 - \left(\sum_{i=1+L}^n X_{i-L} \right)^2 \right]}}$$

ويتم تحديد مقدار التباطؤ L طبقا لأقوى معامل من معاملات الارتباط

المحسوبة، وعندها يتم تقدير معالم معادلة الإنحدار مع الأخذ بالإعتبار لمقدار التباطؤ، ففي حالة معادلة الإنحدار الخطي البسيط فإنّ تقدير المعلمتين a و b يتم بحل المعادلتين :

$$\sum_{i=1+L}^n Y_i = (n-L) a + b \sum_{i=1+L}^n X_{i-L}$$

$$\sum_{i=1+L}^n Y_i X_{i-L} = a \sum_{i=1+L}^n X_{i-L} + b \sum_{i=1+L}^n X_{i-L}^2$$

وبالتالي :

$$a = \frac{\sum_{i=1+L}^n Y_i \sum_{i=1+L}^n X_{i-L}^2 - \sum_{i=1+L}^n Y_i X_{i-L} \cdot \sum_{i=1+L}^n X_{i-L}}{(n-L) \sum_{i=1+L}^n X_{i-L}^2 - \left(\sum_{i=1+L}^n X_{i-L} \right)^2}$$

$$b = \frac{(n-L) \sum_{i=1+L}^n X_{i-L} Y_i - \sum_{i=1+L}^n Y_i \cdot \sum_{i=1+L}^n X_{i-L}}{(n-L) \sum_{i=1+L}^n X_{i-L}^2 - \left(\sum_{i=1+L}^n X_{i-L} \right)^2}$$

مثال : لدينا الإحصاءات التالية خاصة بسعر البترول ومعدلات النمو

الإقتصادي في الجزائر خلال الفترة 1980-1989.

السنة	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
سعر البترول (بالدولار)	35,19	39,54	35,50	30,60	29,67	29,11	14,18	18,72	16,26	18,41
معدلات النمو الإقتصادي (%)	0,9	3,6	4,0	5,6	4,1	5,2	1	- 1,1	- 1,8	- 2,9

فإذا كان المطلوب : 1 - تحديد معادلة الإنحدار باعتبارها من الشكل $\hat{Y}_i = a + b X_i$ والتأكد من جودته، ثم الحصول على التوقع بمعدل النمو فيما لو أصبح سعر البترول 10 دولار وسعر البترول 30 دولار. ثم ماهو معدل النمو المتوقع لسنة 1990 ؟ مع تحديد المجال باحتمال 95%.

2 - بافتراض أن مقدار التباطؤ يساوي 1 (سنة واحدة)، قدر النموذج $\hat{Y}_i = a + b X_{i-1}$ وتأكد من جودته مع مقارنة بالنموذج الأول. إستخدم النموذج الجديد للتوقع بمعدل النمو لسنة 1990 مع تحديد المجال المتوقع باحتمال 95%.

أولاً: لدينا المعادلتين : $\sum Y = na + b \sum X$

$$\sum XY = a \sum X + b \sum X^2$$

$$a = \frac{\sum Y \cdot \sum X^2 - \sum XY \cdot \sum X}{n \sum X^2 - \sum X \cdot \sum X} \quad \text{إذا :}$$

$$b = \frac{n \sum XY - \sum Y \cdot \sum X}{n \sum X^2 - \sum X \cdot \sum X}$$

جدول رقم (24): المجاميع اللازمة لتقدير معادلة الانحدار والمجاميع

اللازمة لحساب معامل الارتباط والتحديد

السنة	Y_i	X_i	$X_i Y_i$	X_i^2	Y_i^2
1980	0,9	35,19	31,67	1238,33	0,81
1981	3,6	39,54	142,34	1563,41	12,96
1982	4,0	35,50	142,00	1260,25	16,00
1983	5,6	30,60	171,36	936,36	31,36
1984	4,1	29,67	121,65	880,30	16,81
1985	5,2	29,11	151,37	847,40	27,04
1986	1,0	14,18	14,18	201,07	1,00
1987	- 1,1	18,72	- 20,60	350,44	1,21
1988	- 1,8	16,26	- 29,27	264,38	3,24
1989	- 2,8	18,41	- 53,39	338,92	8,41
المجموع	18,3	267,18	671,31	7880,86	118,84

$$a = \frac{18,3 \cdot 7880,86 - 671,31 \cdot 267,18}{10 \cdot 7880,86 - (267,18)^2} = -4,73$$

$$b = \frac{10 \cdot 671,31 - 18,3 \cdot 263,18}{7423,44} = 0,255$$

إذا معادلة الانحدار المقدرة هي : $\hat{Y} = -4,73 + 0,255 X$

مقدار $a = -4,73$ يعني معدل النمو عندما يكون سعر البترول في السوق الدولية معدوماً، أما $b = 0,255$ فيعني مقدار الزيادة المتوسطة السنوية في معدل النمو عندما يزيد سعر البترول بوحدة واحدة، أي بدولار واحد.

من أجل تقدير جودة هذه العلاقة الارتباطية نقدر معامل الارتباط والتحديد :
لدينا :

$$r = \frac{n \sum XY - \sum X \cdot \sum Y}{\sqrt{[n \sum Y^2 - (\sum Y)^2] \cdot [n \sum X^2 - (\sum X)^2]}}$$

$$r = \frac{10 \cdot 671,31 - 267,18 \cdot 18,3}{\sqrt{[10 \cdot 118,84 - (18,3)^2] \cdot [10 \cdot 7880,86 - (267,18)^2]}}$$

$$r = \frac{1823,61}{2517,139} = 0,72$$

هذا يعني أن هناك علاقة قوية نسبياً وطردية بين الظاهرتين المدروستين، سعر البترول ومعدل النمو الاقتصادي في الجزائر.

إذا معامل التحديد هو : $r^2 = (0,72)^2 = 0,52$

هذا يعني أن 52% من تغير معدل النمو السنوي في الجزائر يمكن تفسيره بتغير سعر البترول في السوق الدولية. يبين هذا المؤشر مدى ارتباط الاقتصاد

الجزائري بالصادرات من البترول^(*).

أما 48% المتبقية فهي ترجع إلى عوامل أخرى مثل سعر صرف الدولار مقابل العملات الأخرى وأسعار السلع المستوردة والمناخ السياسي وغيرها.

نختبر الآن معنوية معامل الارتباط، لدينا :

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,72\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-0,52}} = \frac{2,03}{0,69} = 2,94$$

وبالرجوع إلى جدول ستودنت (أنظر الملحق) نجد أن : $t_{8; 95\%} = 2,31$

ولما كان $t_{cal.} > t_{tab.}$ فإن ذلك يعني أن r المحسوب معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة باحتمال 95%.

- التوقع بمعدل النمو عندما يكون سعر البترول عند مستوى معين.

- عند سعر البترول 10 دولار : $\hat{Y}_{X=10} = -4,73 + 0,255(10)$

$$\hat{Y}_{X=10} = -4,73 + 2,55 = -2,18$$

هذا يعني أن معدل النمو الاقتصادي عندما يكون متوسط سعر البترول خلال

سنة معينة 10 دولار فإن معدل النمو الاقتصادي في تلك السنة سيكون في حدود

-2,18%.

- عند سعر البترول 30 دولار : $\hat{Y}_{X=30} = -4,73 + 0,255(30) = 2,92$

أي إذا كان متوسط سعر البترول في سنة معينة هو 30 دولار فإن معدل النمو

(*) على اعتبار أن صادرات المحروقات تمثل أكثر من 95% من مصادر العملة الصعبة

الجزائرية وبالتالي فإن سعر المحروقات هو الذي يتحكم بصورة مباشرة في القدرة على

الإستيراد، خاصة إستيراد السلع الوسيطة والرأسمالية والمواد الأولية اللازمة لتشغيل

الجهاز الإنتاجي الوطني.

الإقتصادي سيكون في حدود 2,92%.

- التوقع بمعدل النمو الإقتصادي لسنة 1990.

سعر البترول غير معروف لحظة القيام بهذا التوقع، وبالتالي علينا أولا إيجاد المستوى المتوقع لسعر البترول في سنة 1990، وكما ذكرنا سابقا فإن أفضل وسيلة لذلك هي استخدام معادلة الاتجاه $X = \psi(t)$ واعتبارها من الشكل الخطي البسيط، $\hat{X} = a + b t$.

لدينا : $\sum X = n a + b \sum t$

$$\sum X t = a \sum t + b \sum t^2$$

وبإعطاء قيم معينة لـ t بحيث يكون $\sum t = 0$ يمكن أن نكتب :

$$a = \frac{\sum X}{n}, b = \frac{\sum X t}{\sum t^2}$$

جدول رقم (25) المجاميع اللازمة لتقدير معادلة الاتجاه

$$\hat{X} = a + b t$$

السنة	X	t	t ²	X t
1980	35,19	- 9	81	- 316,71
1981	39,54	- 7	49	- 276,78
1982	35,50	- 5	25	- 177,50
1983	30,60	- 3	9	- 91,80
1984	29,67	- 1	1	- 29,67
1985	29,11	+ 1	1	29,11
1986	14,18	+ 3	9	42,54
1987	18,72	+ 5	25	93,60
1988	16,26	+ 7	49	113,82
1989	18,41	+ 9	81	165,69
المجموع	267,18	0	330	- 447,7

$$a = \frac{267,18}{10} = 26,718, b = \frac{\sum X t}{\sum t^2} = \frac{-447,7}{330} = -1,35$$

إذا معادلة الاتجاه هي : $\hat{X} = 26,718 - 1,35 t$

بالتعويض في هذه المعادلة عن قيمة t المقابلة لسنة 1990 وهي : 11.

إذا سعر البترول المتوقع لسنة 1990 هو :

$$\hat{X}_{1990} = 26,718 - 1,35 (11) = 11,87 \text{ دولار}$$

نعوض الآن بـ $X = 11,87$ في معادلة الانحدار المقدرة سابقا.

$$\hat{Y} = -4,73 + 0,255 X$$

لدينا :

$$\hat{Y}_{1990} = -4,73 + 0,255 (11,87) = -1,7$$

إذا :

أي أن معدل النمو المتوقع لسنة 1990 هو -1,7 %.

ومن أجل تحديد المجال الذي يمكن أن يتراوح فيه معدل النمو باحتمال 95%

نحسب الخطأ المعياري للتوقع :

$$S_{\hat{Y}_{t+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a \sum Y - b \sum XY}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(\tau + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}}$$

$$= \sqrt{\frac{118,84 - (-4,73) \cdot 18,3 - 0,255 \cdot 671,31}{8}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{10} + \frac{\left(1 + \frac{10-1}{2}\right)^2}{7880,86 - \frac{(267,18)^2}{10}}}$$

$$= \sqrt{4,276} \cdot \sqrt{1,14} = 2,20 \text{ دولار}$$

$$\hat{Y}_{PR.} \pm t_{8; 95\%} \cdot S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$$

لدينا :

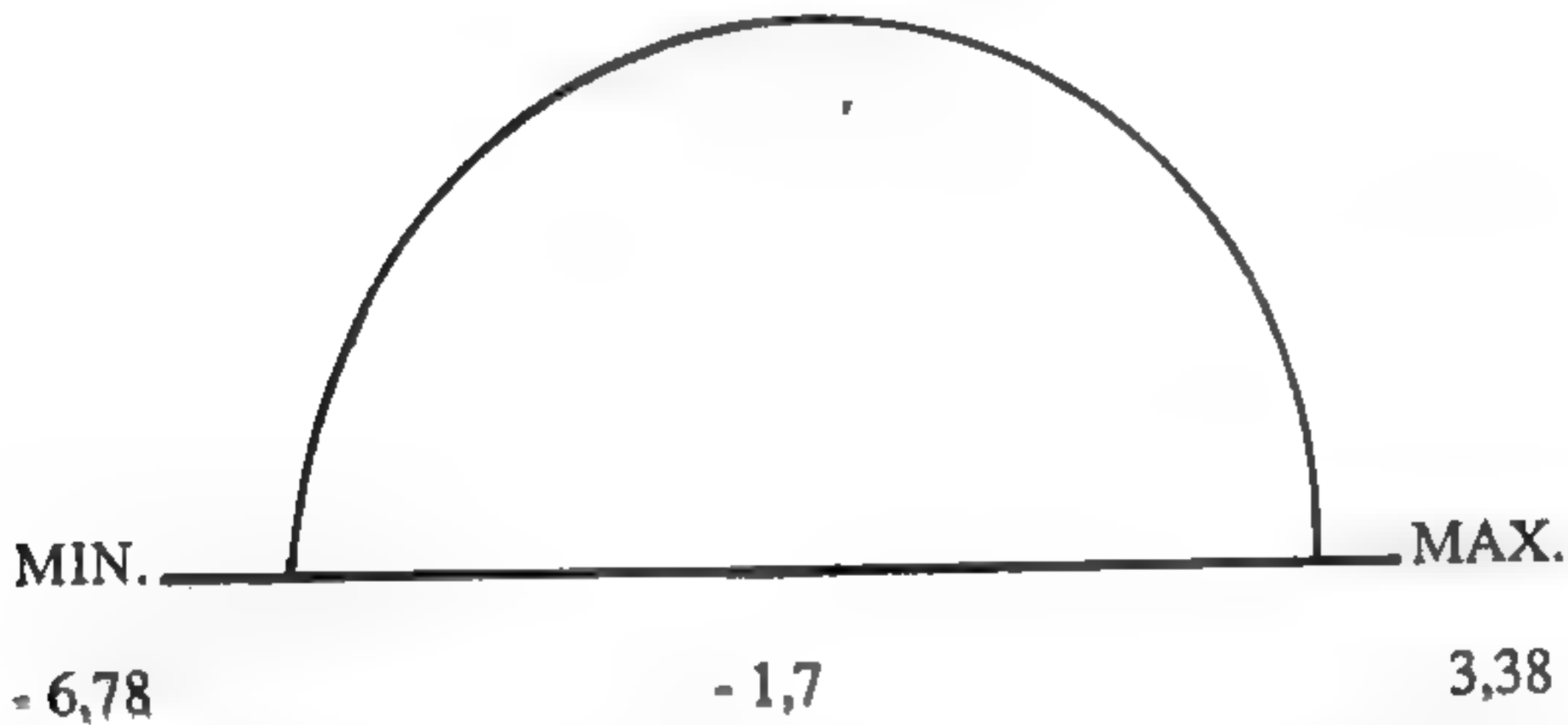
إذا : $2,20 \pm 2,31 (-1,7)$

$5,082 \pm (-1,7)$

إذا معدل النمو الاقتصادي المتوقع لسنة 1990 يقع ضمن المجال التالي :

1990

باحتمال 95%



يلاحظ أن المجال كبير نسبيا وذلك راجع للضعف النسبي لمعامل التحديد r^2 ، حيث أن تغير سعر البترول لا يفسر سوى 52% من تغير معدل النمو بينما تبقى 48% خاضعة لعوامل أخرى لم تدرج في النموذج.

ثانيا : نفترض الآن أن مقدار التباطؤ الزمني لتأثير تغير أسعار البترول على معدل النمو يساوي واحد أي سنة، المطلوب إعادة تقدير النموذج باعتباره من الشكل $\hat{Y}_t = a + b X_{t-1}$ مع التحقق من جودته ثم التوقع بمعدل النمو السنوي لسنة 1990.

جدول رقم (26) : المجاميع اللازمة لتقدير النموذج

$$\hat{Y}_t = a + b X_{t-1} \text{ وحساب معامل الارتباط}$$

الفترة	Y_t	X_{t-1}	$Y_t X_{t-1}$	X_{t-1}^2	Y_t^2
1	-	-	-	-	-
2	3,6	35,19	126,68	1238,33	12,96
3	4,0	39,54	158,16	1563,41	16,00
4	5,6	35,50	198,80	1260,25	31,36
5	4,1	30,60	125,46	936,36	16,81
6	5,2	29,67	154,28	880,30	27,04
7	1	29,11	29,11	847,40	1
8	- 1,1	14,18	- 15,60	201,07	1,21
9	- 1,8	18,72	- 33,70	350,43	3,24
10	- 2,8	16,26	- 45,52	264,38	7,84
المجموع	17,7	248,77	697,67	7541,93	117,46

لدينا :

$$a = \frac{\sum_{t=2}^{10} Y_t \cdot \sum_{t=2}^{10} X_{t-1}^2 - \sum_{t=2}^{10} Y_t X_{t-1} \cdot \sum_{t=2}^{10} X_{t-1}}{(n-1) \sum_{t=2}^{10} X_{t-1}^2 - \sum_{t=2}^{10} X_{t-1} \cdot \sum_{t=2}^{10} X_{t-1}}$$

$$a = \frac{17,7 \cdot 7541,93 - 697,67 \cdot 248,77}{9 \cdot 7541,93 - (248,77)^2} = - \frac{39910,48}{5990,86}$$

$$a = - 6,68.$$

$$b = \frac{(n-1) \sum_{i=2}^{10} X_{i-1} Y_i - \sum_{i=2}^{10} Y_i \cdot \sum_{i=2}^{10} X_{i-1}}{(n-1) \sum_{i=2}^{10} X_{i-1}^2 - \sum_{i=2}^{10} X_{i-1} \cdot \sum_{i=2}^{10} X_{i-1}}$$

$$b = \frac{9 \cdot 697,67 - 17,7 \cdot 248,77}{5990,86} = - \frac{1875,81}{5990,86}$$

$$b = 0,31.$$

إذا معادلة الانحدار المقدرة مع الأخذ بمقدار التباطؤ $L = 1$ هي :

$$\hat{Y}_i = - 6,68 + 0,31 X_{i-1}$$

ومن أجل التعرف على جودة العلاقة نحسب معامل الارتباط ثم معامل التحديد.

لدينا :

$$r_1 = \frac{(n-1) \sum_{i=2}^{10} Y_i X_{i-1} - \sum_{i=2}^{10} X_{i-1} \cdot \sum_{i=2}^{10} Y_i}{\sqrt{\left[(n-1) \sum_{i=2}^{10} Y_i^2 - \left(\sum_{i=2}^{10} Y_i \right)^2 \right] \cdot \left[(n-1) \sum_{i=2}^{10} X_{i-1}^2 - \left(\sum_{i=2}^{10} X_{i-1} \right)^2 \right]}}$$

$$r_1 = \frac{9 \cdot 697,67 - 17,7 \cdot 248,77}{\sqrt{[9 \cdot 117,46 - (17,7)^2] \cdot [9 \cdot 7541,94 - (248,77)^2]}}$$

$$r_1 = \frac{1875,81}{2111,009} = 0,88 .$$

هو يدل على علاقة موجبة وقوية بين متوسط أسعار البترول ومعدلات النمو

الاقتصادي بفترة تباطؤ مقدارها 1.

كما نلاحظ أن معامل التحديد يساوي : $r_1^2 = (0,88)^2 = 0,77$

بما يعني أن تغير أسعار البترول تفسر 77% من تغير معدلات النمو

الاقتصادي في الجزائر مع فترة تباطؤ قدرها $L = 1$.

يلاحظ أن المؤشران، معامل الارتباط ومعامل التحديد قد تحسنا عند أخذنا

بالاعتبار لمقدار التباطؤ بسنة، فبعد أن كان معامل الارتباط والتحديد على التوالي

$r_0 = 0,72$ ، $r_0^2 = 0,52$ عند إعتبارنا لمقدار التباطؤ مساويا للصفر، أي عند

إفترضنا للتطابق الزمني بين تغير مستوى الأسعار ومعدلات النمو في مثالنا

السابق، فقد أصبحا $r_1 = 0,88$ ، $r_1^2 = 0,77$ عند مقدار التباطؤ $L = 1$ ، وهذا

يتفق تماما مع منطق العلاقة بين الظاهرتين وبالتالي فإن النموذج الجديد يعتبر أكثر

واقعية من الأول وسيعطي نتائج أفضل عند استخدامه في التوقع.

وقبل ذلك لابد من التأكد أولا من المعنوية الاحصائية لمعامل الارتباط

لدينا :

$$t_{cal.} = \frac{r \sqrt{n-1-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,88 \sqrt{10-1-2}}{\sqrt{1-0,77}}$$
$$t_{cal.} = 4,93.$$

بينما $t_{7; 95\%} = 2,36$ إذا $t_{cal.} > t_{tab.}$

وبالتالي فإن معامل الارتباط المحسوب معنوي بثقة قدرها 95%، وبالتالي

يمكننا استخدام نموذج الانحدار المقدر في التوقع.

$$\hat{Y}_{1990} = -6,68 + 0,31 X_{1989} = -6,68 + 0,31 (18,41)$$

$$\hat{Y}_{1990} = -0,97.$$

ملاحظة : بالنسبة $X_{1989} = 18,41$ معطى، أنظر الجدول رقم 25.

ومن أجل تحديد المجال المتوقع نحسب أولا الخطأ المعياري للتوقع :

$$S_{\hat{Y}_{i+1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=2}^{10} Y_i^2 - a \sum_{i=2}^{10} Y_i - b \sum_{i=2}^{10} Y_i \cdot X_{i-1}}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n-1} + \frac{\left(1 + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum_{i=2}^{10} X_{i-1}^2 - \frac{\left(\sum_{i=2}^{10} X_{i-1}\right)^2}{n-1}}}$$

$$S_{\hat{Y}_{i+1}} = \sqrt{\frac{117,46 - (-6,68) \cdot 17,7 - 0,31 \cdot 697,67}{7}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{8} + \frac{\left(1 + \frac{9-1}{2}\right)^2}{7541,93 - \frac{(248,77)^2}{8}}} = 1,62 \cdot 0,99$$

$$S_{\hat{Y}_{i+1}} = 1,6.$$

يلاحظ أن الخطأ المعياري للتوقع قد تحسن (أي نقص) عند أخذنا مقدار

التباطؤ بالاعتبار، وذلك مقارنة بما كان عليه عند نموذج الانحدار المقدر سابقا على

أساس أن مقدار التباطؤ يساوي صفر، وهو ما سيؤدي إلى تقليص مجال التوقع كما

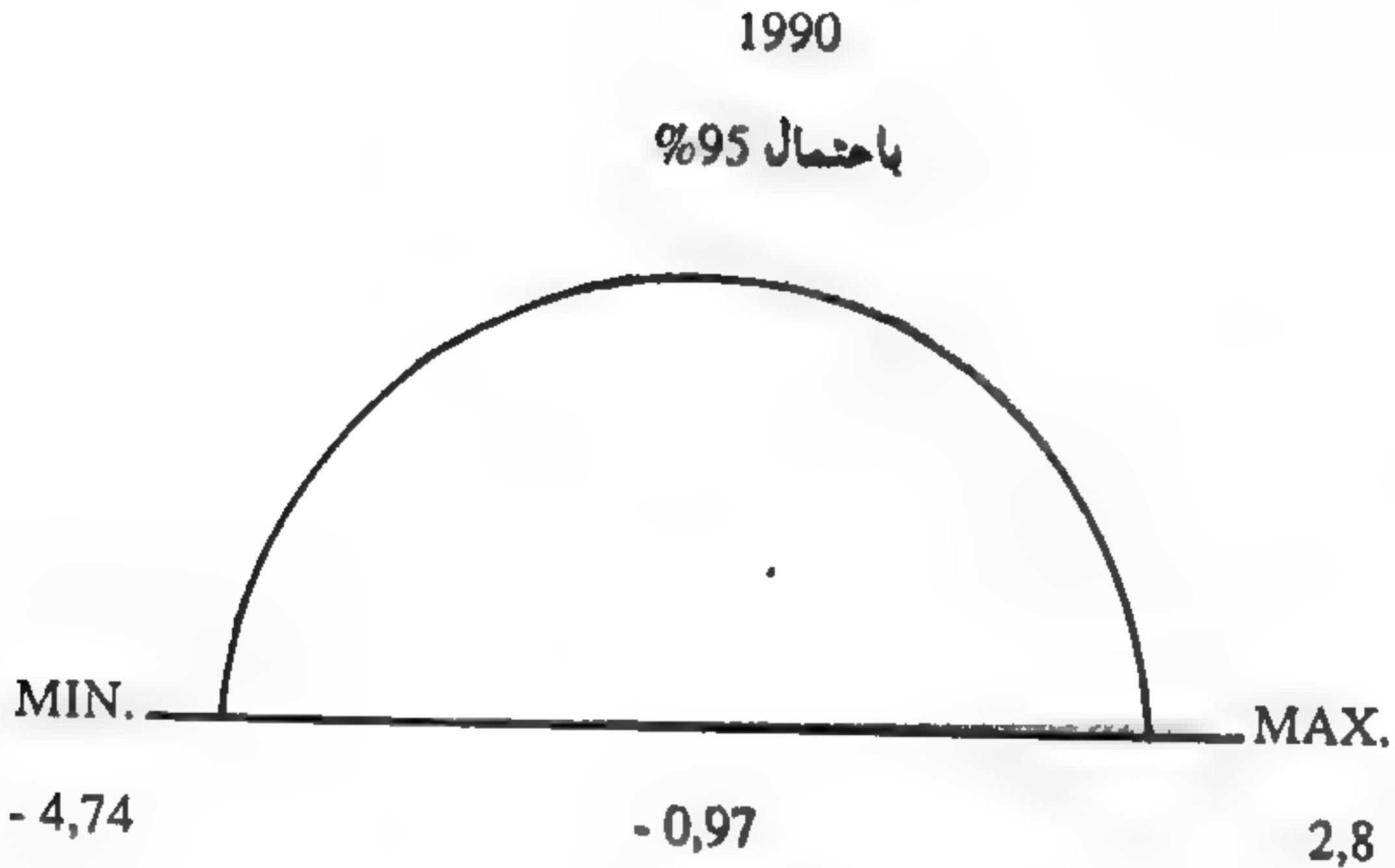
سنرى الآن :

$$\hat{Y}_{1990} \pm t_{7; 95\%} \cdot S_{\hat{Y}_{i+2}} \quad \text{لدينا :}$$

$$(-0,97) \pm 2,36 \cdot 1,6$$

$$-0,97 \pm 3,77$$

إذا المجال هو :



4 - 2 - 2 - التوقع باستخدام نموذج

الانحدار والارتباط المتعدد

الأكيد أن القصور الرئيسي في نموذج الانحدار البسيط هو إعتماده على متغير تابع واحد لتفسير تغير ظاهرة معينة تابعة، فإنتاجية العمل في مؤسسة ما لا تتأثر بعامل واحد فقط مهما كان هذا العامل مهما، ومهما كان يعكس تأثير عدد كبير من العوامل الأخرى، الأكيد أن إنتاجية العمل في المؤسسة تتأثر بتجديد الأصول الثابتة ومهارة العاملين ومستويات أجورهم وطرق التنظيم وغيرها من العوامل، وبالتالي فإن إدراج عوامل عديدة في النموذج سيحسن بالتأكيد من قدرة

النموذج على تفسير تغير إنتاجية العمل في هذه المؤسسة وبالتالي سيرفع من قدرة النموذج على التوقع، وهذا ما يسعى إليه نموذج الانحدار المتعدد.

وبالتالي فإن نموذج الانحدار المتعدد يقصد به صياغة نموذج إحصائي يضم المتغير التابع Y ومجموعة من المتغيرات المستقلة $X_1, X_2, X_3, \dots, X_m$

ويكتب الشكل العام لنموذج الانحدار المتعدد كالتالي :

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_m X_m + U$$

حيث U قيمة عشوائية سبق التعريف بها وتضم :

1 - أخطاء القياس

2 - العوامل الأخرى التي لم تدرج في النموذج لسبب أو لآخر.

3 - الفرق بين الشكل الحقيقي للدالة والشكل الذي تبيناه.

4 - عوامل عشوائية، قد تحدث وقد لا تحدث.

4 - 2 - 1 - فرضيات نموذج الانحدار المتعدد

لكي يمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية في تقدير نموذج الانحدار المتعدد يجب توافر جملة من الفرضيات أولها تلك الفرضيات المذكورة سابقا والخاصة بنموذج الانحدار البسيط مع إعادة صياغتها وإضافة فرضيات أخرى [7 ص ص 217-218] [12 ص ص 78-80] :

1 - المتغير التابع Y يكون دالة خطية في المتغيرات المستقلة X_1, X_2, \dots, X_m .

2 - عنصر الخطأ U_i متغير عشوائي يخضع للتوزيع الطبيعي.

3 - قيم U_i مستقلة عن بعضها البعض.

- 4 - ثبات تباين عنصر الخطأ U_i بالنسبة لجميع قيم X_{Ki} ($K = 1, 2, \dots, m$).
 - 5 - ليس هناك أخطاء في البيانات الاحصائية للعوامل المدخلة في النموذج
 $Y, X_1, X_2, X_3, \dots, X_m$.
 - 6 - العوامل المدخلة في النموذج X_1, X_2, \dots, X_m مستقلة خطيا عن بعضها البعض.
 - 7 - إنتظام قيم المتغيرات $X_1, X_2, X_3, \dots, X_m$ وعدم تغيرها من عينة إلى أخرى وأنه مهما اختلف حجم العينة يكون المقدار $\frac{\sum (X_i - \bar{X})^2}{n}$ عبارة عن قيمة نهائية غير مساوية للصفر.
- عدم تحقق هذه الفرضيات سيكون لها إنعكاس مباشر على دقة معاملات الانحدار وعدم إمكانية إعطائها تفسيراً ملموساً، كما يتعذر إجراء الاختبارات الاحصائية. وسنتعرف في الفقرة مابعد الموالية على المشكلات الاساسية التي تثار عند بناء واستخدام نموذج الانحدار المتعدد في التوقع، كما سنتعرف على الطرق المناسبة لتدليل تلك المشكلات.

4 - 2 - 2 - خطوات بناء واستخدام نموذج

الانحدار المتعدد في التوقع

- 1 - التحديد الدقيق للظاهرة المعنية بالتوقع Y .
- 2 - تحديد قائمة العوامل التي ستدرج في النموذج X_1, X_2, \dots, X_m .
- 3 - اختيار شكل نموذج الانحدار.
- 4 - تقدير معاملات النموذج.

5 - إجراء إختبارات الدقة والمغنوية للنموذج.

6 - إستخدام النموذج في التوقع.

ولهما يلي توضيح لهذه الخطوات.

1- التحديد الدقيق للظاهرة المعنية بالتوقع. يجب على الباحث أن يكون صورياً وقبضة حول الظاهرة المدروسة وامتدادها في الزمان والمكان، فبالا كانت الظاهرة المعنية مثلاً هي إنتاجية العمل في مؤسسة صناعية خلال الفترة 1980-1996 فإنه ينبغي أولاً تحديد مفهوم واضح للإنتاجية العمل وطريقة قياسها، إذ يمكن قياسها بالوحدات الطبيعية (5 قطع للعامل الواحد في اليوم مثلاً) أو بالوحدات القياسية (500 دج للعامل في الساعة مثلاً) كما يمكن قياس إنتاجية العمل وفقاً للقيمة المضافة أو الناتج الإجمالي، كما يمكن تنسيب الإنتاجية إلى كل العاملين في المؤسسة أو العاملين في الخط الإنتاجي فقط. إختيار المقياس المناسب يجب أن يكون له مبررات موضوعية.

عندما تنتهي من هذه الخطوة ننتقل إلى الخطوة الموالية.

2 - تحديد قائمة العوامل المتفسرة التي ستدرج في النموذج. إن التحليل النوعي للظاهرة المعنية بالتوقع يعتبر أهم مدخل لتحديد العوامل المتفسرة لها، ويقصد بالتحليل النوعي تحليل حلقات السبب-النتيجة. لاشك أن الظاهرة Y تتأثر بالعديد من العوامل المباشرة وأخرى غير مباشرة من المرتبة الأولى وأخرى غير مباشرة من المرتبة الثانية وهكذا، وفي النموذج ينبغي إدراج عوامل من نفس المرتبة من حيث مستوى تأثيرها على الظاهرة Y . إن إدراج عوامل من مراتب مختلفة يؤدي عادة إلى

ظهور مشكلة تعدد الارتباطات الخطية من جهة وإلى ظهور عوامل غير معنوية ينبغي إقصاءها من النموذج بعد بنائه [14 ص ص 108-109].

وفي الممارسة يتم العمل على مرحلتين، في المرحلة الأولى يتم حصر كل العوامل التي يعتقد الباحث أن لها علاقة بالظاهرة المدروسة Y ، وفي المرحلة الثانية يتم الإبقاء فقط على العوامل الهامة والتي هي من نفس المرتبة من حيث تأثيرها على الظاهرة Y . عملية الانتقاء يمكن أن تتم بالاستعانة بتقديرات الخبراء (أنظر المبحث القادم) المختصين كما يمكن اللجوء إلى مصفوفة الارتباطات الثنائية [11 ص 240] وذلك بعد جمع البيانات الاحصائية حول كل العوامل المدرجة، فإذا اعتبرنا X_0 هي الظاهرة المعنية بالتوقع X_1, X_2, \dots, X_m هي العوامل المفسرة و r_{ij} هو معامل الارتباط الثنائي X_i مع X_j فإنه يمكننا وضع مصفوفة الارتباطات الخطية الثنائية كالتالي :

مصفوفة الارتباطات الخطية الثنائية

	X_0	X_1	X_2	X_m
X_0	1	r_{01}	r_{02}		r_{0m}
X_1	r_{10}	1	r_{12}		r_{1m}
X_2	r_{20}	r_{21}	1		r_{2m}
\vdots					
X_m	r_{m0}	r_{m1}	r_{m2}		1

ملاحظة : في هذه المصفوفة يكون $r_{ij} = 1$ عندما $i = j$ ويكون $r_{ij} = r_{ji}$ عندما

$i \neq j$ ويتم حساب معامل الارتباط الثنائي وفقا لصيغة بيرسون التي عرفناها سابقا.

مصفوفة الارتباطات الخطية الثنائية تسمح لنا بانتقاء العوامل المفسرة التي لها علاقة قوية نسبيا مع الظاهرة المدروسة وعادة مانعثر أن العلاقة قوية نسبيا إذا كان $r_{ij} \geq 0,5$ كما تسمح لنا هذه المصفوفة باكتشاف الارتباطات الخطية بين العوامل المفسرة، فإذا لاحظنا أن هناك عوامل مفسرة مرتبطة بقوة فيما بينها، فإن ذلك يدل على وجود مشكلة تعدد الارتباطات الخطية وهو ما يعتبر خرقا للفرضية رقم 6 التي ذكرناها في الفقرة السابقة.

يجب الإشارة إلى أن طول السلسلة الزمنية الخاصة بكل عامل يجب أن تكون أكبر من العوامل المدرجة في النموذج بـ 6 إلى 8 مرات [11 ص 217].

فإذا كان عدد العوامل المفسرة في النموذج 6 فإن طول السلسلة الزمنية الخاصة بكل عامل لا تقل عن 36 مستوى فعلي، أي $n \geq 36$ ، وفي الحياة العملية عادة مانعامل مع العينات الصغيرة والمتوسطة الحجم، لهذا ينصح المختصون بعدم إدراج عدد كبير من العوامل المفسرة في النموذج، لأن أفضل نتائج التوقع بالظواهر الاقتصادية والاجتماعية يمكن الحصول عليها عند السلاسل الزمنية التي طولها من 15 إلى 25 فترة وتكون فترة التوقع عندئذ من 2 إلى 3 فترات مستقبلية، وبالتالي فإن عدد العوامل التي ينبغي إدراجها في النموذج هو 3 إلى 5 على أقصى تقدير مع الإشارة إلى أن فترة التوقع يجب أن تكون في حدود خمس إلى سدس طول الفترة المدروسة.

إن عدم إحترام هذه الحدود بين عدد العوامل المفسرة m وطول السلسلة الزمنية n يؤدي إلى إتساع مجالات الثقة لمعاملات الانحدار، كما يؤدي إلى صعوبة إعطائها تفسيراً إقتصادياً دقيقاً [15 ص 15].

وفي الحياة العملية كثيراً ما نصادف أن عدد مستويات السلاسل الزمنية الخاصة بالفرع الانتاجي أو المؤسسة المعنية بالتوقع قليل بسبب قصر العمر الانتاجي أو بسبب عدم توافر البيانات أو غيرها من الأسباب، ومن أجل توفير طول السلاسل الزمنية المطلوب يمكن اللجوء إلى طريقة المصنع- سنة، أي أننا نستخدم سلسلة زمنية تتكون من الفترات الزمنية المتاحة عن كل مؤسسة ونكون منها سلسلة زمنية واحدة، فمثلاً لو كان لدينا ثلاثة مؤسسات والعمر الانتاجي لكل مؤسسة 6 سنوات، فإنه يمكننا إعتبار السلاسل الزمنية للعوامل المدرجة في النموذج عن كل مؤسسة ولكل الفترة المتاحة، وبذلك يكون لدينا طول السلسلة الخاصة بكل عامل هو $18 = 3 \times 6$. ينبغي الإشارة إلى أهمية جمع البيانات الاحصائية حول العوامل المدرجة في النموذج، حيث يجب أن تتصف بالدقة والتجانس، ومن ذلك ينبغي عدم الإكتفاء بالاحصاءات الرسمية المقدمة من طرف المصالح المعنية على مستوى المؤسسات، فالأمر يتطلب أحياناً الحصول ميدانياً على الاحصاءات اللازمة.

بعد قيامنا بتحديد العوامل التي ستدرج في النموذج وجمع البيانات الاحصائية حولها لننتقل إلى الخطوة الموالية.

3 - إختيار شكل نموذج الانحدار المتعدد. المقصود بشكل نموذج الانحدار هو ميكانيزم الارتباط بين Y والعوامل المفسرة X_1, X_2, \dots, X_m فقد يكون شكل

النموذج خطي :

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \dots + a_m X_m$$

$$Y = a_0 X_1^{a_1} \cdot X_2^{a_2} \dots X_m^{a_m} \quad \text{أو أسّي} :$$

أو غير ذلك من الأشكال. هذه الخطوة بالغة الأهمية، لأن سوء اختيار شكل النموذج يؤدي إلى بروز مشكلة الارتباط الذاتي للبواقي e_i وهو ما يمثل خرقا للفرضية رقم 3- المذكورة سابقا، هذه المشكلة تتمثل في أن المنحنى الذي يرسمه النموذج لا يمثل جيدا المستويات الفعلية للعوامل المدرجة فيه وبالتالي يؤدي إلى أخطاء تقدير كبيرة.

عملية اختيار شكل نموذج الانحدار المتعدد معقدة بالمقارنة مع نموذج الانحدار البسيط، لأن في حالة هذا الأخير يمكن اللجوء إلى التمثيل البياني للمشاهدات الفعلية Y و X ، ومن ثم ملاحظة شكل إنتشار النقاط على الرسم البياني، واستنباط شكل النموذج المناسب. أما في حالة الانحدار المتعدد فمن الصعب تصور كيفية إنتشار هذه النقاط على رسم بياني متعدد المحاور لأن إنتشار النقاط سيكون في الفضاء.

هناك من يلجأ إلى التمثيل البياني لكل عامل تفسيري مع Y ومن ثم معرفة شكل الانحدار بين كل ثنائي YX_1, YX_2, YX_3 وهكذا (9 ص 129)، غير أنه في الممارسة نجد أن الشكل الخطي للنموذج هو الأكثر شيوعا بسبب وضوحه وسهولة فهمه وإمكانية إعطائه تفسيراً دقيقاً، ويعتبر بعض المختصين أن استعمال الشكل الخطي يبقى مقبولا حتى عندما يدل التحليل النوعي على أن طبيعة الارتباط بين

الظاهرة Y والعوامل المفسرة لها غير خطي [13 ص ص 13-14]. وفي حالة تردد الباحث في الاختيار بين شكلين أو أكثر لنموذج الانحدار يمكن اللجوء إلى بناء عدد منها ثم اختبار ذلك النموذج الذي يعطي أقل خطأ معياري للتقدير [5 ص 24]، حيث :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n - m - 1}}$$

4 - تقدير معالم النموذج: نستخدم عادة مبدأ المربعات الصغرى لتقدير معالم النموذج باعتبارها تعطي أفضل التقديرات [10 ص ص 159-177] [7] [17] [11]. لقد تعرفنا في الفقرات 3-4، 4-1 على مبدأ المربعات الصغرى وأن تقدير معالم النموذج يتم بحل جملة من المعادلات فيها عدد المجاهيل يساوي عدد المعادلات. ولما كان نموذج الانحدار المتعدد ينطوي عادة على ثلاثة فاكثير من المعالم، وبالتالي فإن تقديرها بطرق الجبر العادية -كما فعلنا سابقا- طويلة ومضنية وبالتالي فإن إدخال جبر المصفوفات يعتبر ضروري ويختصر كثير من العمليات الحسابية كما سنرى.

لدينا نموذج الانحدار في شكله الخطي كالتالي :

$$Y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_m X_m + e$$

على اعتبار أن e هي تقدير لعنصر الخطأ العشوائي U_i في العينة المدروسة

ويكتب النموذج في شكله المصفوفي : $Y = X B + e$.

أما النموذج المقدّر فيكتب :

$$\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_1 + \hat{B}_2 X_2 + \dots + \hat{B}_m X_m$$

ويكتب في شكله المصفوفي : $\hat{Y} = X \hat{B}$

طبقا لمبدأ المربعات الصغرى لدينا (*) :

$$\begin{aligned} SSE = \sum e_i^2 &= \sum e' e = (Y - \hat{Y})' (Y - \hat{Y}) = (Y - X \hat{B})' (Y - X \hat{B}) \\ &= Y' Y - 2 \hat{B}' X' Y + \hat{B}' X' X \hat{B}. \end{aligned}$$

وباعتبار أن : $\sum e_i^2 = f(\hat{B}_0, \hat{B}_1, \dots, \hat{B}_m)$

إذا لاشتق المقدار $\sum e_i^2$ بالنسبة للشعاع \hat{B} ونحصل على :

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial \hat{B}} = -2 X' Y + 2 X' X \hat{B}$$

وبجعل : $-2 X' Y + 2 X' X \hat{B} = 0$

ينتج أن : $X' X \hat{B} = X' Y$

ويضرب طرفي هذه المعادلة من اليسار في $(X' X)^{-1}$ نحصل على :

$$(X' X)^{-1} X' X \hat{B} = (X' X)^{-1} X' Y$$

وبالتالي : $\hat{B} = (X' X)^{-1} X' Y$

وهي الصيغة الأساسية لتقدير معاملات نموذج الإنحدار وفقا لأسلوب المربعات الصغرى.

وباعتبار حجم العينة (طول السلسلة الزمنية) n وعدد العوامل المفسرة m فإنه

(*) e هو متجه المصفوفة e و X' هي متجه المصفوفة X و $(Y - \hat{Y})'$ هو متجه المصفوفة $(Y - \hat{Y})$.

يمكن تعريف المصفوفات أعلاه كالتالي :

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & X_{13} & \dots & X_{1m} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & X_{23} & \dots & X_{2m} \\ 1 & X_{31} & X_{32} & X_{33} & \dots & X_{3m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & X_{n3} & \dots & X_{nm} \end{bmatrix}, Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}$$

$n \cdot (m + 1) \quad n \cdot 1$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} \hat{B}_0 \\ \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \vdots \\ \hat{B}_m \end{bmatrix}, X'X = \begin{bmatrix} n & \sum X_1 & \dots & \sum X_m \\ \sum X_1 & \sum X_1^2 & \dots & \sum X_1 X_m \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum X_m & \sum X_1 X_m & \dots & \sum X_m^2 \end{bmatrix}$$

$$X'Y = \begin{bmatrix} \sum Y \\ \sum X_1 Y \\ \sum X_2 Y \\ \vdots \\ \sum X_m Y \end{bmatrix}$$

5 - إجراء اختبارات المعنوية والتأكد من جودة النموذج. بعد تقدير النموذج، نشرع في إجراء الاختبارات اللازمة للتأكد من جودة النموذج وإمكانية استخدامه في التوقع، ونبدأ باختبار المعنوية الكلية لمعادلة الانحدار المقدرة (أي اختبار معامل التحديد المتعدد R^2)، ويتم ذلك باستخدام إحدى العلاقات التالية لاحصاء فيشر F :

$$F_{K-1, n-K} = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2 / (K - 1)}{\sum (Y - \hat{Y})^2 / (n - K)}$$

$$F_{K-1, n-K} = \frac{R^2 / (K-1)}{(1 - R^2) / (n-K)} \quad \text{أو} :$$

أو الصيغة المصفوفة :

$$F_{K-1, n-K} = \frac{\hat{B}' X' Y / (K-1)}{e'e / (n-K)}$$

حيث K هنا هو عدد الملاحظات في النموذج ($K = m + 1$) أما R^2 فهو عبارة

عن معامل التحديد الإجمالي (المتعدد) ويحسب كالتالي :

$$R^2 = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2} \quad \text{أو} :$$

أو باستخدام الصيغة المصفوفة :

$$R^2 = \frac{\hat{B}' X' Y}{Y' Y}$$

فإذا كانت F المحسوبة أكبر من قيمة F الجدولية وفقا لدرجة معينة من الثقة

ودرجات حرية قدرها $K - 1$ للبسط و $n - K$ للمقام، نقول أن النموذج المقدر معنوي

وهناك على الأقل عامل واحد مستقل يمارس تأثيره على Y ، أما إذا كانت F

المحسوبة أصغر من F الجدولية، فذلك يعني إنعدام العلاقة بين المتغيرات التفسيرية

المدخلة في النموذج و Y وأن المتغير العشوائي (البواقي e_i) هو المصدر الوحيد

لتغير Y .

عند ثبوت المعنوية الإحصائية للنموذج المقدر، ننتقل إلى اختبار معنوية كل

متغير تفسيري على حدى وذلك بهدف الإبقاء فقط على المتغيرات المعنوية في النموذج. يتم اختبار معنوية كل متغير تفسيري باختبار معاملات الانحدار المرافقة لها وذلك باستخدام إحصاء ستودنت t المحسوب بالصيغة التالية :

$$t = \frac{\hat{B}_i}{S_{B_i}} = \frac{\hat{B}_i}{\sqrt{\left[\sum (Y - \hat{Y})^2 / (n - m - 1) \right] \cdot A_{ii}}}$$

حيث S_{B_i} هو الانحراف المعياري لمعامل الانحدار \hat{B}_i و A_{ii} هو عبارة عن العنصر الواقع في السطر i والعمود i من المصفوفة $(X'X)^{-1}$.

فإذا كانت t المحسوبة أكبر من t الجدولية عند مستوى معين من الثقة ودرجات حرية قدرها $(n - m - 1)$ ، نقول أن \hat{B}_i معنوي، أي أن \hat{B}_i المقدّر بواسطة العينة المدروسة لا يختلف عن B_i المحسوب وفقا لإحصاءات المجتمع الإحصائي، أما إذا كانت t المحسوبة أقل من t الجدولية فإننا نقول أن \hat{B}_i غير معنوي وينبغي إقصاء X_i من النموذج. عندئذ ينبغي إعادة تقدير النموذج من جديد بدون العامل X_i المقابل لـ \hat{B}_i والذي بين الاختبار الإحصائي بواسطة إحصاء t أنه غير معنوي.

وفي الحياة العملية كثيرا مانصادف وفي نفس الوقت أن هناك أكثر من عامل واحد غير معنوي، أي أن الاختبارات دلت على وجود مجموعة من العوامل غير المعنوية، في هذه الحالة يتم إقصاها تدريجيا ونقصي في البداية العامل الأقل

تحدد مجالات الثقة لمعاملات الانحدار كالتالي :

$$\hat{B}_i \pm t_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n - m - 1} \cdot A_{ii}}$$

معنوية^(*)، ثم نعيد التقدير من جديد وفي كل مرة نقصي ذلك العامل الذي يتبين أنه أقل معنوية، ولا يمكن إقصاء أكثر من عامل واحد مرة واحدة [14 ص 136]. وقد نصادف أن بعض العوامل لم تكن معنوية في البداية ولكنها أصبحت معنوية فيما بعد وذلك نتيجة إستبعاد العوامل الأخرى الأقل معنوية وبالتالي فإن العامل الباقي أصبح يحمل التأثيرات التي كانت تحملها تلك العوامل التي تم إقصاءها.

نستمر في عملية إستبعاد العوامل غير المعنوية إلى أن نبقى في النموذج فقط على العوامل المعنوية إحصائيا.

نذكر أنه بالنسبة للعنصر الحر \hat{B}_0 لا يتم إختبار معنويته عادة كما لا يتم إقصاءه [14 ص 137] [15 ص 79].

وفي النهاية يتم حساب معامل الارتباط R واختبار معنويته، باعتبار أن معامل الارتباط المتعدد يحسب كالتالي : $R = \sqrt{R^2}$ ويتم إختبار معنويته باستخدام الصيغة التالية لاحصاء t :

$$t_{cal.} = \frac{R \sqrt{n - m - 1}}{\sqrt{1 - R^2}}$$

فإذا كانت $t_{cal.} > t_{tab.}$ نقول أن معامل الارتباط المحسوب معنوي ويمكن تعميمه على المجتمع الإحصائي بثقة قدرها $100 - \alpha$ %.

6 - إستخدام نموذج الانحدار المتعدد في التوقع. بعد تقديرنا للنموذج والتأكد

(*) نقصد بالعامل الأقل معنوية ذلك العامل الذي يحقق أكبر فرق بين t المحسوبة والجدولية.

من جودته ومعنوية العوامل المستقلة المدرجة فيه ننتقل إلى إستخدامه في التوقع،
وهنا يمكننا أن نصادف حالتان :

- إما أن تكون المستويات المستقبلية للعوامل المدرجة في النموذج معطاة
(معلومة أو مخططة)، وفي هذه الحالة يتم التعويض بها في النموذج المقدر مباشرة،
ومن هنا نحصل على مستوى \hat{Y} المتوقع للفترة المعنية.

= إما أنها غير معطاة وبالتالي فهي نفسها محل توقع، وعادة ما نستخدم
معادلة الاتجاه الخاصة بكل عامل على حدى $X_{it} = \psi(t)$ ، ومن ثم نحصل على
المستويات المتوقعة لها ليتم التعويض بها في النموذج المقدر، وأخيرا يتم تحديد
المجال المتوقع كالتالي :

$$\hat{Y}_{PR.} \pm t_{\alpha} S_{\hat{Y}_{1+\tau}}$$

حيث t_{α} هو إحصاء ستودنت عند مستوى الدلالة $\alpha\%$ (أو بمستوى ثقة قدره
 $100 - \alpha\%$) ودرجات حرية قدرها $(n - m - 1)$ ويستخرج من الجدول الخاص
بإحصاء t (أنظر الملحق)، أما $S_{\hat{Y}_{1+\tau}}$ فهو الخطأ المعياري للتوقع والذي يحسب
كالتالي :

$$S_{\hat{Y}_{1+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n - m - 1}} \cdot \sqrt{X'_{PR.} (X'X)^{-1} X_{PR.}}$$

حيث $X_{PR.}$ هو شعاع المستويات المتوقعة (أو المفروضة) للعوامل المستقلة :

$$X_{PR.} = \begin{bmatrix} 1 \\ X_{1PR.} \\ X_{2PR.} \\ \vdots \\ X_{mPR.} \end{bmatrix}$$

أما $X'_{PR.}$ فهو منقول شعاع $X_{PR.}$ ويكتب :

$$X'_{PR.} = [1 \quad X_{1PR.} \quad X_{2PR.} \quad \dots \quad X_{mPR.}]$$

4 - 2 - 3 - مشاكل بناء واستخدام نموذج

الانحدار المتعدد في التوقع

هناك عدة مشاكل يمكن أن نصادفها عند بناء نماذج الانحدار المتعدد على أساس السلاسل الزمنية خاصة، نذكر منها مشكلتان تتعلقان بخرق فرضيات النموذج المذكورة سابقا :

1 - الارتباط الذاتي.

2 - تعدد الارتباطات.

ومشكلة ثالثة تتعلق بعدم التطابق الزمن بين السبب والنتيجة وتسمى بمشكلة التباطؤ، وقد سبق الإشارة إليها عند عرضنا للتوقع باستخدام معادلة الانحدار البسيطة في الفقرة السابقة.

4 - 2 - 2 - 3 - 1 - الارتباط الذاتي : نذكر بأن البواقي e_i تعبر عن :

1- أخطاء القياس، 2- العوامل المفسرة الأخرى التي لم تدرج في النموذج، 3- سوء اختبار شكل النموذج، 4- عوامل عشوائية.

إن وجود علاقة إرتباطية بين e_1, e_2, \dots, e_n يعني أن هناك خطأ في تقدير نموذج الانحدار المتعدد، يظهر هذا الخطأ بانتظام في البواقي e_i ، مما يشير إلى وجود مشكلة في النموذج تسمى بمشكلة الارتباط الذاتي.

كما سبق يمكننا أن نعتبر أن أسباب ظهور الارتباط الذاتي للبواقي تتمثل

فيما يلي :

أولاً : عدم إدراج أحد العوامل -أو أكثر- المفسرة للظاهرة المدروسة وبالتالي بروز أثرها في البواقي e_i .

ثانياً : عند عدم إدراج مجموعة من العوامل ذات التأثير الفردي الضعيف على الظاهرة المدروسة، لكنها مجتمعة لها تأثير معتبر على الظاهرة Y ، هذه العوامل يمكن أن تكون قد أدرجت في البداية ولكنها أقصيت من النموذج أثناء اختبارات المعنوية، أي أن اختبارات المعنوية للعوامل المفسرة هذه دلت على أنها غير معنوية.

ثالثاً : سوء اختبار شكل النموذج.

رابعاً : أخطاء في الاحصاءات المدخلة في النموذج والخاصة ببعض أو بكل العوامل المدرجة في النموذج.

وجود مشكلة الارتباط الذاتي في النموذج يؤدي إلى عدم تحقق أهم خصائص

تقديرات المربعات الصغرى باعتبارها تعطي أفضل التقديرات؛ تقديرات غير متحيزة وذات أصغر تباين.

هناك عدة طرق للتحقق من وجود أو عدم وجود الارتباط الذاتي للبواقي في النموذج، إحدى الطرق الأكثر إستعمالا هي التي تعتمد على إختبار دورين - واتسون DUBIN-WATSON [أنظر المراجع، (9 ص 224-231)، (16 ص ص 237-240)، (12 ص ص 196 - 197) (36 ص ص 211 - 212)].

وعند ثبوت فرضية وجود الارتباط الذاتي للبواقي ينبغي العمل على التخلص منها أو تدليلها على الأقل، وذلك بالبحث عن مصدر المشكلة وفقا للأسباب المذكورة سابقا ومن ثم معالجتها.

إن أبسط الطرق والمجعا في تدليل مشكلة الارتباط الذاتي للبواقي تكمن في إدخال عامل الزمن t كمتغير حر إلى جانب بقية المتغيرات التفسيرية X_1, X_2, \dots, X_m ليصبح النموذج في شكله الخطي كالتالي :

$$\hat{Y} = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \dots + B_m X_m + B_{m+1} t$$

إن إدخال عامل الزمن في النموذج يعتبر بمثابة إعتراف من الباحث بوجود عوامل أخرى تفسيرية وذات أهمية ولم تدخل في النموذج لسبب أو لآخر، كعدم توفر البيانات عنها أو كونها غير قابلة للقياس الكمي أو غيرها من الأسباب، فالزمن هنا هو بمثابة محصلة تحمل العديد من العوامل التفسيرية، وقد أثبتت أبحاث كثيرة فعالية هذه المعالجة وأدت إلى إمتصاص شبه كلي للإرتباط الذاتي في النموذج.

هناك أسلوب آخر يمكن إستخدامه لمعالجة مشكلة الارتباط الذاتي، يتمثل في

صياغة النموذج على أساس الفروق الأولى (المتغيرات المطلقة الحلقية)، بدلا من صياغة النموذج على أساس المستويات المباشرة للسلاسل الزمنية، ويكون عندئذ شكل النموذج كالتالي :

$$\Delta \hat{Y} = B_0 + B_1 \Delta X_1 + B_2 \Delta X_2 + \dots + B_m \Delta X_m$$

حيث تشير Δ إلى الفرق بين المستوى الخاص بالفترة t والذي قبله والخاص بالفترة $t-1$ أي :

يجب الإشارة إلى أن مشكلة الارتباط الذاتي قائمة أيضا في السلاسل الزمنية الخاصة بالعوامل المدرجة في النموذج، إلا أن القيام بمعالجة مشكلة الارتباط الذاتي للبواقي يؤدي إلى معالجتها أيضا في باقي المتغيرات المدخلة في النموذج [16 ص 233] [17 ص ص 242 - 243] [7 ص 158].

4 - 2 - 2 - 3 - 2 - تعدد الارتباطات : تبرز هذه المشكلة نتيجة خرق إحدى الفرضيات الأساسية للنموذج -الفرضية رقم 6- وتتمثل هذه المشكلة في وجود تعدد الارتباطات داخل النموذج، ففي حالة وجود ارتباط تام بين عاملين X_i و X_j فإن ذلك يعني أن جملة المعادلات الخاصة بتقدير معاملات نموذج الانحدار لن يكون لها حل، لأن محددها يساوي صفر، كما أن وجود معامل ارتباط قوي بين X_i و X_j يعني أن جملة المعادلات سيكون لها حل غير أن معاملات الانحدار المقدرة $\hat{B}_1, \hat{B}_2, \dots, \hat{B}_m$ ستكون غير مثالية ولا يمكن إعطاؤها تفسيراً دقيقاً باعتبارها لاتعبر بدقة عن الاثر الصافي لكل عامل تفسيري على الظاهرة المدروسة Y ، وفيما يلي أسباب مشكلة تعدد الارتباطات في النموذج :

1 - إدراج عوامل تعبر عن جانب واحد من جوانب ظاهرة معينة، لها تأثير على الظاهرة المدروسة Y، مثلاً إدراج القيمة المضافة وحجم الإنتاج الإجمالي كمتغيرات تفسيرية لإنتاجية العمل في المؤسسة، فكليهما القيمة المضافة وحجم الانتاج يعبر عن نتيجة النشاط الإنتاجي للمؤسسة.

كما أن إدراج عوامل من مراتب مختلفة من حيث تأثيرها المباشر وغير المباشر على الظاهرة المدروسة، مثل ما أشرنا إلى ذلك عند حديثنا عن إختبار العوامل المدرجة في النموذج:

2 - وجود أخطاء معتبرة في قياس العوامل المفصلة في النموذج:

3 = عدم مجانس العينة المدروسة.

إحدى الطرق الأكثر استعمالاً لمعرفة وجود مشكلة تعدد الارتباطات من عدمها هي إعداد مصفوفة الارتباطات الثنائية والتي سبق وأن رأيناها من قبل، عند تناولنا لمسألة تحديد العوامل المفصلة للظاهرة المدروسة، كما يستخدم إختبار FARRAR-GLAUBER فارار-غلوبير لاكتشاف الارتباط الخطي [12 ص 257]، هناك من الإحصائيين من حاول تحديد الحد الأقصى المسموح به لمعامل الارتباط الثنائي r_{ij} ، مثلاً كراستين [14] إعتبر أن مشكلة تعدد الارتباطات قائمة بين العاملين X_i و X_j إذا كان $r_{ij} \geq 0,7$ [14 ص 205] ودينسكين إعتبر أن مشكلة تعدد الارتباطات منتفية إذا كان $r_{ij} < 0,8$ [9 ص 129]، وآخرون يرون أنه لافائدة في إقامة هذه الحدود الصارمة لمعامل الارتباط الثنائي. إذ يمكننا إعتبار أن مشكلة تعدد الارتباطات غير قائمة إذا كان [18 ص 70] $r_{oi} > r_{ij}$ ، $r_{oj} > r_{ij}$.

أي أن ارتباط كل عامل تفسيري بالظاهرة المدروسة Y أقوى من الارتباط بين العاملين التفسيريين X_i و X_j .

عند ثبوت وجود تعدد الارتباطات مثلا بين X_i و X_j فإنه ينبغي التخلي عن أحدهما X_i أو X_j ويفضل التخلي عن العامل الذي علاقته أضعف من العامل الآخر بالظاهرة المدروسة، هذا ويرى بعض المختصين أن مشكلة تعدد الارتباطات ليس لها تأثير كبير إذا كان الهدف من بناء النموذج هو التوقع، بشرط أن يكون الارتباط الثنائي الملاحظ بين المتغيرات التفسيرية في البيانات الإحصائية المستخدمة في بناء النموذج مستمرا على نفس الوتيرة في الفترة المستقبلية، أما إذا لم يكن من المعقول افتراض استمرار نمط الارتباط بين المتغيرات التفسيرية في الفترة المستقبلية فإنه يفضل معالجة مشكلة تعدد الارتباطات وذلك باقصاء أحد العاملين مثلما ذكر سابقا.

4 - 2 - 2 - 3 - التباطؤ : كثيرا ما نصادف أن تغير الظاهرة X تؤثر في

الظاهرة Y ولكن بعد فاصل زمني معين، قد يكون بالشهور أو بالسنوات أو غيرها من الوحدات الزمنية، مثلا أثر الاستثمارات على الزيادة في الإنتاج، فالاستثمارات الجديدة تحتاج إلى تجسيدها أولا، فالمسألة إذا تكمن في عدم التطابق الزمني بين السبب والنتيجة، يسمى هذا التأثير المتأخر زمنيا بالتباطؤ، وبالتالي فإن دراسة السلسلة الزمنية X_t مع السلسلة الزمنية Y_t تصبح عملية غير منطقية وقد نحصل على معامل ارتباط Y_{TX} وهمي، فقد يكون ضعيفا ونقرر أنه لا توجد علاقة ارتباطية بين Y و X أو أنها ضعيفة، في حين أن العلاقة موجودة وقوية، غير أن هذا الارتباط ينطوي على تباطؤ زمني، ولا تبرز هذه العلاقة إلا عند الأخذ بالإعتبار لمقدار

التباطؤ، أي دراسة السلسلة الزمنية X_{t-L} مع السلسلة الزمنية Y_t (حيث L مقدار التباطؤ). وتعتبر مسألة التعرف على وجود التباطؤ وتحديد مقداره مسألة بالغة الأهمية من أجل صياغة نموذج واقعي والحصول على توقعات جيدة. من أجل معرفة وجود التباطؤ وتحديد مقداره، يجب الاعتماد أولا على التحليل النوعي، أي التحليل المنطقي، ثم يتم إقرار ذلك تجريبيا بحساب سلسلة من معاملات الارتباط :

$$r_{Y_t X_t}, r_{Y_t X_{t-1}}, r_{Y_t X_{t-2}}, r_{Y_t X_{t-3}} \dots$$

ويتم تحديد مقدار التباطؤ L عند أكبر قيمة مطلقة لمعامل الارتباط. المشكلة التي قد نصادفها عند تحديدنا لمقدار التباطؤ تتمثل في إمكانية عدم الشطابق بين الفترات الزمنية المعمول بها في السلسلة الزمنية والفترات الحقيقية للتباطؤ والتي يدلنا عليها التحليل النوعي، كأن تكون السلاسل الزمنية التي هي بحوزتنا معطاة بالسنوات في حين أن مقدار التباطؤ يعطى بالشهور، في هذه الحالة ينصح بإجراء تعديل على السلسلة الزمنية حيث تكون مستوياتها متناسبة مع مقدار التباطؤ. مقدار التباطؤ قد يختلف بين عامل مفسر وآخر في التأثير على الظاهرة المدروسة Y وبالتالي فإن نموذج الانحدار المتعدد قد يأخذ أشكالا عدة طبقا لمقادير التباطؤ لكل عامل، مثلا :

$$\hat{Y} = B_0 + B_1 X_{t-1} + B_2 X_{t-2} + \dots + B_j X_{t-L} \dots + B_{m+1} t$$

مثال : إذا كانت لدينا البيانات التالية حول X_2 , X_1 , Y .

جدول رقم (27) : بيانات إحصائية حول X_2 , X_1 , Y

الفترة	Y	X_1	X_2
1	50	10	2
2	63	15	8
3	61	16	3
4	50	8	3
5	56	15	2
6	72	20	6
7	62	18	3
8	60	15	2
9	54	12	1
10	70	17	10

وكان المطلوب هو التوقع بمستوي Y للفترة 12 باستخدام نموذج الإنحدار الخطي

$$\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_1 + \hat{B}_2 X_2$$

من الشكل :

1 - نقوم بتقدير معاملات النموذج \hat{B}_0 , \hat{B}_1 , \hat{B}_2 .

$$\hat{B} = (X'X)^{-1} X'Y$$

لدينا :

$$X'Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & 15 & 16 & 8 & 15 & 20 & 18 & 15 & 12 & 17 \\ 2 & 8 & 3 & 3 & 2 & 6 & 3 & 2 & 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 63 \\ 61 \\ 50 \\ 56 \\ 72 \\ 62 \\ 60 \\ 54 \\ 70 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 598 \\ 8955 \\ 2541 \end{bmatrix}$$

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & 15 & 16 & 8 & 15 & 20 & 18 & 15 & 12 & 17 \\ 2 & 8 & 3 & 3 & 2 & 6 & 3 & 2 & 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 10 & 2 \\ 1 & 15 & 8 \\ 1 & 16 & 3 \\ 1 & 8 & 3 \\ 1 & 15 & 2 \\ 1 & 20 & 6 \\ 1 & 18 & 3 \\ 1 & 15 & 2 \\ 1 & 12 & 1 \\ 1 & 17 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & 146 & 40 \\ 146 & 2252 & 628 \\ 40 & 628 & 240 \end{bmatrix}$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1,89833 & -0,12889 & 0,02089 \\ -0,12889 & 0,01039 & -0,00571 \\ 0,02089 & -0,00571 & 0,01564 \end{bmatrix}$$

إذا :

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 1,89833 & -0,12889 & 0,02089 \\ -0,12889 & 0,01039 & -0,00571 \\ 0,02089 & -0,00571 & 0,01564 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 598 \\ 8955 \\ 2541 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 34,014 \\ 1,479 \\ 1,049 \end{bmatrix}$$

ومنه : $\hat{B}_0 = 34,014$, $\hat{B}_1 = 1,479$, $\hat{B}_2 = 1,049$

وبالتالي فإن النموذج المقدّر يأخذ الشكل :

$$\hat{Y} = 34,014 + 1,479 X_1 + 1,049 X_2$$

2 - نحسب R^2 ونقوم باختبار المعنوية الكلية للنموذج.

$$R^2 = \frac{\hat{B}' X' Y}{Y' Y}$$

$$\hat{B}' X' Y = \begin{bmatrix} 34,014 & 1,479 & 1,049 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & 15 & 16 & 8 & 15 & 20 & 18 & 15 & 12 & 17 \\ 2 & 8 & 3 & 3 & 2 & 6 & 3 & 2 & 1 & 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 50 \\ 63 \\ 61 \\ 50 \\ 56 \\ 72 \\ 62 \\ 60 \\ 54 \\ 70 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}' X' Y = 33851,263$$

$$Y' Y = \begin{bmatrix} 50 & 63 & 61 & 50 & 56 & 72 & 62 & 60 & 54 & 70 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 50 \\ 63 \\ 61 \\ 50 \\ 56 \\ 72 \\ 62 \\ 60 \\ 54 \\ 70 \end{bmatrix}$$

$$Y' Y = 36270.$$

$$R^2 = \frac{33851,263}{36270} = 0,933$$

إذا :

ومن أجل إختبار المعنوية الكلية للنموذج (أي إختبار معنوية R^2) نحسب إحصاء F وفقا للصيغة :

$$F_{K-1, n-K} = \frac{R^2 / (K-1)}{(1-R^2) / (n-K)}$$

حيث K هي عدد الملمات في النموذج ($K = m + 1$).

$$F_{K-1, N-K} = \frac{0,933 / (3-1)}{(1-0,933) / (10-3)} = \frac{0,4666}{0,0095} = 49,15$$

وبالرجوع إلى جدول F نجد أن $F_{2;7} = 4,74$.

ولما كانت $F_{cal.} > F_{tab.}$ نقول أن النموذج المقدر معنوي وهناك على الأقل عامل واحد في النموذج المقدر يمارس تأثيره على Y بشكل معنوي إحصائيا.

3 - إختبار معنوية X_1 و X_2 .

نبدأ باختبار معنوية X_1 .

لدينا :

$$t = \frac{\hat{B}_1}{\sqrt{\left[\sum (Y - \hat{Y})^2 / (n - m - 1) \right] \cdot A_{11}}}$$

وبالتالي :

$$t = \frac{1,479}{\sqrt{[22,67/7] \cdot 0,01039}}$$

$$= \frac{1,479}{0,1834} = 8,064$$

وبالرجوع إلى جدول t نجد أن : $t_{7; 95\%} = 2,36$.

إذا $t_{lab.} < t_{cal.}$ وبالتالي فإن X_2 معنوي بثقة قدرها 95%. وبنفس الطريقة

نختبر المعنوية الإحصائية لـ X_2 .

$$t = \frac{\hat{B}_2}{\sqrt{\left[\sum (Y - \hat{Y})^2 / (n - m - 1) \right] \cdot A_{ii}}} \quad \text{لدينا :}$$

$$= \frac{1,049}{0,225} = 4,66$$

بينما $t_{7; 95\%} = 2,36$ إذا $t_{lab.} < t_{cal.}$ وبالتالي فإن X_2 أيضا معنوي بثقة

قدرها 95%.

إذا X_1 و X_2 عاملان معنويان إحصائيا، وفسران معا 93,3% من تغير

$$Y \quad (R^2 = 0,933).$$

وعليه فإن معامل الارتباط المتعدد R يساوي :

$$R^2 = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,933} = 0,965$$

وهو يدل على علاقة قوية وطرديّة بين X_1 ، X_2 و Y .

يمكننا اختبار معنوية معامل الارتباط بحساب إحصاء t وفقا للعلاقة :

$$t = \frac{R \sqrt{n - m - 1}}{\sqrt{1 - R^2}} = \frac{0,965 \sqrt{7}}{\sqrt{1 - 0,933}} = \frac{0,807}{0,258} = 3,127$$

وهو معنوي إحصائيا لأن $t_{7; 95} = 2,36$.

إذا النموذج المقدّر جيد ومعنوي ويمكن إستخدامه في التوقع.

ولأن مستويات X_1 و X_2 الخاصة بالفترة 12 غير معلومة لدينا، لذلك فإن

الأمر يتطلب التوقع بهما وذلك عن طريق معادلة الاتجاه $X_i = \psi(t)$.

التوقع بـ X_1 للفترة 12 بواسطة $\hat{X}_{1,t} = a + bt$

جدول رقم (18) : المجاميع اللازمة لتقدير

المعادلة $\hat{X}_{1,t} = a + bt$

الفترة	X_1	t	$X_1 t$	t^2
1	10	-9	-90	81
2	15	-7	-105	49
3	16	-5	-80	25
4	8	-3	-24	9
5	15	-1	-15	1
6	20	+1	20	1
7	18	+3	54	9
8	15	+5	75	25
9	12	+7	84	49
10	17	+9	153	81
المجموع	146	0	72	330

$$a = \frac{\sum X_1}{n} = \frac{146}{10} = 14,6, \quad b = \frac{\sum X_1 t}{\sum t^2} = \frac{72}{330} = 0,218$$

$$\hat{X}_{1,t} = 14,6 + 0,218 t \quad \text{إذا :}$$

لدينا $t = 13$ بالنسبة للفترة 12، إذا :

$$\hat{X}_{1,12} = 14,6 + 0,218 (13) = 17,434$$

التوقع بـ X_2 للفترة 12 بواسطة المعادلة $\hat{X}_{2,t} = a + b t$.

جدول رقم (29) : المجاميع اللازمة لتقدير

المعادلة $\hat{X}_{2,t} = a + b t$

الفترة	X_1	t	$X_2 t$	t^2
1	2	-9	-18	81
2	8	-7	-56	49
3	3	-5	-15	25
4	3	-3	-9	9
5	2	-1	-2	1
6	6	+1	6	1
7	3	+3	9	9
8	2	+5	10	25
9	1	+7	7	49
10	10	+9	90	81
المجموع	40	0	22	330

$$a = \frac{\sum X_2}{n} = \frac{4}{10} = 4, \quad b = \frac{\sum X_2 t}{\sum t^2} = \frac{22}{330} = 0,0666$$

$$\hat{X}_{2,t} = 4 + 0,666 t \quad \text{إذا :}$$

$$\hat{X}_{2,12} = 4 + 0,666 (13) = 4,865 \quad \text{وبالتالي :}$$

وبالتعويض عن $X_{1,12} = 17,434$ و $X_{2,12} = 4,865$ في النموذج المقدّر :

$$\hat{Y} = 34,014 + 1,479 X_1 + 1,049 X_2$$

ينتج لدينا :

$$\hat{Y}_{12} = 34,014 + 1,479 (17,434) + 1,049 (4,865)$$

$$\hat{Y}_{12} = 64,902$$

ومن أجل تحديد مجال للتوقع، نحسب الخطأ المعياري للتوقع :

$$S_{\hat{Y}_{1+2}} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n - m - 1}} \cdot \sqrt{X'_{PR} \cdot (X'X)^{-1} \cdot X_{PR}}$$

$$\sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{10 - 2 - 1}} \cdot \sqrt{\frac{21,7216}{7}} = 3,1 \quad \text{لدينا :}$$

وأبضا :

$$X'_{PR} (X'X)^{-1} \cdot X_{PR} = \begin{bmatrix} 1 & 17,434 & 4,865 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1,89833 & -0,12889 & 0,02089 \\ -0,12889 & 0,01039 & 0,00571 \\ 0,02089 & -0,00571 & 0,01564 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 17,434 \\ 4,865 \end{bmatrix}$$

$$= 0,167$$

$$S_{\hat{Y}_{1+2}} = 3,1 \cdot 0,167 = 0,5177 \quad \text{إذا :}$$

$$\hat{Y}_{12} \pm t_{\alpha} S_{\hat{Y}_{1+2}} \quad \text{ولما كان المجال يتحدث وفقا لـ :}$$

إذا المجال المتوقع بثقة قدرها 95% (حيث $t_{7; 95} = 2,365$) هو :

$$64,902 \pm 2,365 \cdot 0,5177$$

$$64,902 \pm 1,2243$$

التوقع بـ Y للفترة 12 باحتمال 95%

MIN	_____	MAX
63,677	64,902	66,126

4 - 3 - التنبؤ باستخدام تقديرات الخبراء

لقد أشرنا سابقا إلى أن التنبؤ يختلف عن التوقع من حيث كونه يهتم بالظواهر الكيفية وبالتغيرات الطارئة، التي تعجز النماذج الإحصائية عن المعرفة المسبقة بها. فالواقع أن الظواهر الإقتصادية والإجتماعية بالغة التعقيد والاعتماد على معطيات الماضي لتصوير المستقبل أمر في غاية الشك، وتبقى هذه هي نقطة الضعف الرئيسية للتوقع باعتباره يعتمد على صياغة معطيات الماضي في نموذج ومن ثمة مداها إلى المستقبل.

إن الظواهر الإقتصادية والإجتماعية في تغير مستمر، ويمكن القول بأن حقيقة هذه الظواهر أكثر تعقيدا من أدق النماذج الرياضية، وسرعة تغيرها دوما تسبق تطور المعرفة الإنسانية، هذه الأخيرة تبقى دوما نسبية.

إن التنبؤ يعتمد على تفعيل خبرة الإنسان في موضوع ما وأشهر طريقة في هذا المجال هي طريقة دلفي التي سبق وأن أشرنا إليها، تعتمد هذه الطريقة على توجيه أسئلة محددة إلى مجموعة من الخبراء مثل : هل سيتم تعميم استخدام الطاقة الشمسية قبل سنة 2000؟ هل سترتفع أسعار المحروقات خلال السنة المقبلة؟ هل ستحدث حربا في منطقة معينة في الخمس سنوات المقبلة؟ وغيرها من الأسئلة الممكنة. وتتميز طريقة دلفي عن بقية الطرق التي تعتمد على تقديرات الخبراء بأنها تعتمد على السرية Anonymat، أي عدم معرفة الخبراء لبعضهم البعض كما تتم عادة على عدة جولات [أنظر المراجع 19، 25، 33].

إن خبرة الإنسان دوما ضرورية حتى بالنسبة للمسائل التي تم بشأنها إعداد

نماذج إحصائية وذلك للتأكد من الفرض القائل بعدم التغير في الشروط والظروف العامة المحيطة بالظاهرة المدروسة في الفترة المستقبلية، ففي بحث حول المديونية الخارجية للجزائر تم التوقع برصيد الدين الخارجي لسنة 2000 إعتقادا على سلسلة زمنية للفترة 1967 / 1993 حيث دلت نتائج التوقع على أن رصيد الدين الخارجي سيكون في حدود 38 مليار دولار سنة 2000، بعد أن كان لا يتجاوز 28 مليار دولار بالنسبة لآخر سنة في السلسلة الزمنية أي في سنة 1993، ولما كان موضوع المديونية الخارجية بالغ التعقيد تتحكم فيه عوامل داخلية وخارجية، عوامل إقتصادية وسياسية في غاية التشابك ومن أجل تأكيد صحة هذا الاتجاه نحو الزيادة في رصيد الدين الخارجي، تم إعتداد طريقة تقديرات الخبراء حيث أكدت نتائجها الاتجاه نحو الزيادة [أنظر 36]. أي أن الخبراء أكدوا على إستمرار الظروف والشروط العامة المحيطة بظاهرة المديونية الخارجية للجزائر في الفترة المستقبلية-آفاق سنة 2000.

إن أبسط الطرق لاستخدام تقديرات الخبراء في التنبؤ هي إعطاءهم مجموعة من البدائل الممكنة لظاهرة معينة ويطلب منهم ترتيبها حسب أولوية حدوثها مستقبلا، ويراعي أن تتم الإجابة دون معرفة الخبراء لبعضهم البعض أي في السرية.

4 - 3 - 1 - خطوات إستخدام تقديرات الخبراء في التنبؤ

1 - تحديد موضوع التنبؤ بدقة وإعداد البدائل الممكنة.

2 - تحديد مجموعة الخبراء.

3 - الحصول على تقديرات الخبراء.

4 - تحليل نتائج تقديرات الخبراء.

ولبها يلي شرح هذه الخطوات :

1- تحديد موضوع التنبؤ بدقة وإعداد البدائل الممكنة، يقصد هنا التحديد الدقيق لموضوع التنبؤ بحيث يزيل كل تساؤل ويكون واضحا خاصة لدى الخبراء، كما يجب أن تكون البدائل الممكنة أيضا واضحة ولا تثير أي إبهام.

2- لتحديد مجموعة الخبراء، تعتبر هذه أهم خطوة في العملية، حيث يفترض في مجموعة الخبراء التي تشارك في إعداد التنبؤ، الكفاءة العالية، أي الخبرة العلمية والعملية في المسألة المطروحة للتنبؤ. درجة كفاءة الخبير في موضوع معين يمكن تحديدها بواسطة معامل الكفاءة A [9 ص 158] والذي يحسب وفقا للصيغة :

$$A = \frac{\sum Y_{ij}}{\sum Y_i}$$

حيث A معامل الكفاءة.

Y_{ij} المعامل النسبي المحصل عليه حسب الحالة j بالنسبة لمؤشر الكفاءة i.

Y_i المعامل النسبي الأقصى بالنسبة لمؤشر الكفاءة i.

فمثلا إذا حصل أحد الخبراء على العلامات التالية [أنظر الجدول رقم 30] :

- الخبرة المهنية في الموضوع المطروح : 5 سنوات [0,42].

- أشكال المشاركة في الإشراف والبحث العلمي في الموضوع المطروح : مشرف

على عمل واحد [0,60].

- وجود الدرجة العلمية والتي لها علاقة بالموضوع المطروح : ماجستير

[0,52].

المبائل الممكنة لرمزاتها Y_{ij}										مؤشرات الكفاءة i
الغيرة المهنية في الموضوع المطروح (بالسنرات).	2	3	4	5	6	7	8	9	10 ناكتر.	
	0,27	0,32	0,37	0,42	0,48	0,54	0,60	0,66	0,74	
أشكال المشاركة في الإشراف والبحث العلمي في الموضوع المطروح.				0,60			0,49		0,39	
وجود الدرجة العلمية والتي لها علاقة بالموضوع المطروح.		0,65		0,52					0,00	
الأبحاث والكتب النجزة في الموضوع المطروح.		0,65		0,56		0,47			0,00	
مصادر المعلومات التي سيمتددا الباحث في تناول المسألة المطروحة.		0,66		0,55					0,43	
المشاركة في اللتقيات الدولية حول الموضوع المطروح.		0,72		0,66		0,60			0,00	
مستوى دقة التنبؤات السابقة للتخير (%).		90		60		30		10	0	
		0,89		0,65		0,40		0,27	0,00	

- الأبحاث والكتب المنجزة في الموضوع المطروح : مجموعة مقالات منشورة [0,56].

- مصادر المعلومات التي سيعتمدها الباحث في تناول المسألة المطروحة : معلومات نظرية وميدانية [0,66].

- المشاركة في الملتقيات الدولية حول المسألة المطروحة : مداخلات في ملتقيات دولية [0,66].

- مستوى دقة التنبؤات السابقة : لم يشارك [0,00].

وبالتالي فإن معامل الكفاءة لهذا الخبر سيكون :

$$A = \frac{0,42 + 0,60 + 0,52 + 0,56 + 0,66 + 0,66 + 00}{0,74 + 0,70 + 0,65 - 0,65 + 0,72 + 0,89} = \frac{3,42}{5,01}$$

$$A = 0,682.$$

يرتب الخبراء حسب معاملات الخبرة ويتم إنتقاء العدد المطلوب من الخبراء الأوائل مع الإشارة إلى أن عدد الخبراء لا يجب أن يقل عن عدد البدائل المطروحة للتنبؤ [9 ص 160].

3 - الحصول على تقديرات الخبراء، يتم أولا إعداد الإستمارة التي ستقدم إلى الخبراء لملئها سواء بالمراسلة أو بالمقابلة، ويفضل عادة أن يتم جمع آراء الخبراء بمعزل عن بعضهم البعض وذلك لتفادي تأثير آراء أحد أو بعض الشخصيات المشاركة على آراء بقية الخبراء. الأسئلة أو البدائل المطروحة يجب أن تكون واضحة كما أشرنا وخالية من أي إبهام خاصة إذا كانت عملية صبر الآراء سيتم بالمراسلة. بعد حصولنا على إجابات الخبراء ننتقل إلى الخطوة الموالية.

4 - تحليل نتائج تقديرات الجزاء، يتم تفرغ الإجابات في جدول يكون شكله كالتالي عندما يتعلق الأمر بترتيب بدائل معينة من طرف الخبراء :

جدول رقم (31) : ترتيب الخبراء للبدائل التنبؤية والمجاميع

اللازمة لحساب معامل الاتفاق واختبار معنويته

الخبراء البدائل	1	2	3	m	$\sum_{j=1}^m C_{ij}$	الترتيب	Δ	Δ^2
X_1	C_{11}	C_{12}	C_{13}		C_{1m}	$\sum_{j=1}^m C_{1j}$			
X_2	C_{21}	C_{22}	C_{23}		C_{2m}	$\sum_{j=1}^m C_{2j}$			
\vdots						$\sum_{j=1}^m C_{3j}$			
X_n	C_{n1}	C_{n2}	C_{n3}		C_{nm}	$\sum_{j=1}^m C_{mj}$			
$\sum_{i=1}^n C_{ij}$	$\sum_{i=1}^n C_{i1}$	$\sum_{i=1}^n C_{i2}$	$\sum_{i=1}^n C_{i3}$	-	$\sum_{i=1}^n C_{ij} = \sum_{j=1}^m C_{ij}$	-	-	$\sum \Delta^2$

حيث C_{ij} هو ترتيب البديل i من طرف الخبير j .

m عدد الخبراء.

n عدد البدائل المطروحة.

X_i البدائل المطروحة ($i = 1, 2, \dots, n$).

نقوم بعدها بحساب معامل الاتفاق المقترح من طرف كندال وسميت -W- وذلك لقياس مدى إتفاق الخبراء في آرائهم.

$$W = \frac{12 S}{m^2 (n^3 - n)}$$

حيث :

$$S = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^m C_{ij} - \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij}}{n} \right)^2$$

• سنرمز لما بين القوسين بـ Δ أي :

$$\Delta = \sum_{j=1}^m C_{ij} - \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m C_{ij}}{n}$$

وبعدها نختبر المعنوية الإحصائية لمعامل الاتفاق باستخدام كاي مربع χ^2 والمحسوب وفقا للصيغة التالية المقترحة من طرف كندال :

$$\chi^2 = m (n - 1) W$$

ويتم مقارنة المقدار المحسوب لـ χ_{cal}^2 بقيمته النظرية في جدول χ^2 بدرجات حرية قدرها $n - 1$ ومستوى دلالة مختار α %. فإذا كان χ_{cal}^2 أكبر من χ_{tab}^2 نقول أن معامل الاتفاق المحسوب معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة وذلك بثقة قدرها $\alpha - 100$ %.

مثال :

طلبنا من مجموعة من الخبراء عددهم عشرة ترتيب خمسة بدائل محتملة

لتطور رصيد الدين الخارجي للجزائر، آفاق سنة 2000، وذلك طبقا لمجمل المعطيات الاقتصادية والاجتماعية والسياسية التي بحوزتهم وكانت نتائج تقديراتهم كالتالي [36 ص ص 78-79] :

جدول رقم (32) : نتائج تقديرات الخبراء

الخبراء	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^{10} C_{ij}$	الترتيب	Δ	Δ^2
البدائل الممكنة														
X_1 سينخفض قليلا	4	5	4	4	4	4	3	4	4	4	40	4	10	100
X_2 سينخفض بشكل ملحوظ	5	4	5	5	5	5	4	5	5	5	48	5	18	324
X_3 سيبقى في إستقرار	3	3	3	3	3	2	2	3	3	1	26	3	-4	16
X_4 سيرتفع قليلا	1	2	2	2	1	1	1	1	1	2	14	1	-16	256
X_5 سيرتفع بشكل ملحوظ	2	1	1	1	2	3	5	2	2	3	22	2	-8	64
$\sum_{j=1}^{10} \sum_{i=1}^5 C_{ij}$	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	150	-	-	760

معامل الاتفاق كان مساويا لـ :

$$W = \frac{12 S}{m^2 (n^3 - n)}$$

$$W = \frac{12 (760)}{100 (125 - 5)} = \frac{9120}{12000} = 0,76$$

أي أن 76% من الخبراء الذين شاركوا في التنبؤ كانوا متفقين حول الترتيب

السابق، أي متفقين بأن رصيد الدين الخارجي للجزائر يتجه نحو الارتفاع القليل في الفترة المستقبلية، آفاق سنة 2000.

و من أجل اختبار معنوية معامل الاتفاق نحسب χ^2 كالتالي :

$$\begin{aligned}\chi^2_{cal.} &= m (n - 1) W \\ &= 10 (5 - 1) 0,76 = 30,4.\end{aligned}$$

بالرجوع إلى جداول χ^2 نجد أن $\chi^2_{4; 5\%} = 9,488$.

وبما أن $\chi^2_{lab.} < \chi^2_{cal.}$ فإنه يمكن القول، بأن معامل الاتفاق المحسوب معنوي

ولم يكن نتيجة الصدفة بثقة قدرها 95%. بل ويمكن القول بأن معامل الاتفاق

المحسوب معنوي بثقة قدرها 99% لأن $\chi^2_{4; 0,01\%} = 13,277$.

نماذج :

1 - إذا كانت لدينا الإحصاءات التالية خاصة بقيمة الصادرات الجزائرية (مليون دولار) خلال الفترة 1987 - 1994.

السنة	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
الصادرات	10,190	8,541	10,486	13,887	13,026	12,168	11,156	9,698

والمطلوب هو التوقع بقيمة الصادرات لسنتي 1996 و 1997 باستخدام معادلة الاتجاه $\hat{Y} = a + b t$ مع تحديد مجال التوقع بثقة قدرها 95%.

2 - إذا كانت لديك الإحصاءات التالية خاصة بقيمة الواردات (مليون دولار) الجزائرية خلال الفترة 1988 - 1994.

السنة	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
الواردات	10,592	11,762	12,448	10,643	12,606	11,497	12,919

والمطلوب هو التوقع بقيمة الواردات الجزائرية لسنتي 1995 و 1996 باستخدام معادلة الاتجاه من الشكل $\hat{Y} = a + b t$ مع تحديد مجال التوقع بثقة قدرها 95% و 99%.

3 - إذا كانت لدينا البيانات التالية خاصة بحجم الإنتاج (X) وتكلفة وحدة واحدة من المنتجات في مصنع للإسمنت (Y) خلال خمسة عشرة سنة :

السنة	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
الإنتاج (ألف قطعة) X	2	3	4	4	5	6	6	6	7	8	9	10	12	13	14
تكلفة القطعة الواحدة (دينار) Y	8	10	7	6	5	5	4	3	4	5	3	2	1	1	2

المطلوب : هو تقدير العلاقة الإحصائية بين حجم الإنتاج X وتكلفة القطعة

الواحدة Y، مع التوقع بالتكلفة عندما $X = 1,80$.

4 - لدينا الإحصاءات التالية :

السنة	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
المساحة المزروعة بالكروم (ألف هكتار) X	2	2	5	5	6	6	9	9	10	11	11	14	14
المحصول من العنب (ألف طن) Y	2	3	4	4	9	10	12	12	17	18	20	21	23

قدر النماذج التالية : $\hat{Y} = a_0 + a_1 X_{t-1}$.

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X_{t-2}$$

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X_{t-2} + a_2 t$$

أي هذه النماذج أفضل ؟. إستعمل النموذج الأفضل للحصول على التوقع بالحصول من العنب (Y) بالنسبة لسنة 1999، مع تقدير مجال التوقع باحتمال 95%.

5 - لدينا الإحصاءات التالية :

السنة	مستوى إنتاجية العمل طن/ها (Y)	مستوى مكثنة العمل % (X ₁)	متوسط عمر العاملين (سنة) X ₂	معدل تنفيذ خطة الإنتاج X ₃ (%)
1983	20	32	33	127
1984	24	30	31	120
1985	28	36	41	116
1986	30	40	39	117
1987	31	41	46	106
1988	33	47	43	128
1989	34	56	34	109
1990	37	54	38	114
1991	38	60	42	115
1992	40	55	35	121
1993	41	61	39	110
1994	43	67	44	111
1995	45	69	40	108
1996	48	76	41	113

المطلوب : بناء النموذج $\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_1 + \hat{a}_2 X_2 + \hat{a}_3 X_3$

واختيار جودته، وبعد الوصول إلى شكل النموذج النهائي إستخدمه للتوقع

بمستوى الإنتاجية لسنة 1999.

6 - لدينا الإحصاءات التالية :

الفترة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_1	10	15	16	8	15	20	18	15	12	17
X_2	2	8	3	3	2	6	3	2	1	10
Y	50	63	61	50	56	72	62	60	54	70

المطلوب : تقدير النموذج $\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_1 + \hat{a}_2 X_2 + \hat{a}_3 t$

والتأكد من جودته ثم استخدامه للتوقع بـ Y للفترة 13 مع تحديد المجال باحتمال 95%.

7 - لدينا الإحصاءات التالي :

الفترة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	10	12	17	13	15	10	14	12	16	18
X_1	2	2	8	2	6	3	5	3	9	10
X_2	1	2	10	4	8	4	7	3	10	11

المطلوب : تقدير النموذج في شكله الخطي $\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_1 + \hat{a}_2 X_2$

واختبار معنويته، إستعمل النموذج في شكله الأخير للتوقع بـ Y للفترة 12.

هل يؤدي إدخال عنصر الزمن كمتغير مستقل إلى تحسين النموذج؟ وهل

يؤدي إلى الحصول على توقع أدق؟ بين ذلك.

8 - ترشحت 5 أحزاب رئيسية في البلاد للإنتخابات البرلمانية، وقد تم

إستشارة 10 خبراء في الشؤون السياسية للبلد المعني، وذلك بهدف التنبؤ بنتائج

الانتخابات وكانت تقديراتهم كالتالي :

رقم الخبير	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	4	2	5	2	3	4	2	2
2	3	1	2	4	1	4	1	1	1	4
3	1	2	1	1	2	1	3	2	4	1
4	5	5	3	5	4	3	4	5	5	3
5	4	3	5	3	3	5	5	3	3	5

المطلوب : ترتيب الأحزاب حسب آراء الخبراء مع تقدير جودة هذه التنبؤات وذلك بحساب معامل الإتفاق واختبار معنويته.

القيم الحرجة لتوزيع t

درجات الحرية (V)	من الجانبين $\alpha \%$					
	25	10	5	2	1	0,1
1	2,41	6,31	12,71	31,82	63,70	637,0
2	1,60	2,92	4,30	6,97	9,92	31,6
3	1,42	2,35	3,18	5,54	5,84	12,9
4	1,34	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	1,30	2,01	2,57	3,37	4,03	6,86
6	1,27	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	1,25	1,89	2,36	3,00	3,50	5,40
8	1,24	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
9	1,23	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,22	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,21	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
12	1,21	1,78	2,18	2,68	3,05	4,32
13	1,20	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	1,20	1,76	2,14	2,62	2,98	4,14
15	1,20	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	1,19	1,75	2,12	2,58	2,92	4,01
17	1,16	1,74	2,11	2,57	3,90	3,96
18	1,19	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	1,19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
20	1,18	1,73	2,09	2,53	2,85	3,85
21	1,18	1,72	2,08	2,51	2,83	3,82
22	1,18	1,72	2,07	2,51	2,82	3,79
23	1,18	1,71	2,07	2,50	2,81	3,77
24	1,18	1,71	2,06	2,49	3,80	3,74
25	1,18	1,71	2,06	2,49	2,79	3,72
26	1,18	1,71	2,06	2,48	2,78	3,71
27	1,18	1,70	2,05	2,47	2,77	3,69
28	1,17	1,70	2,05	2,47	2,76	3,67
29	1,17	1,70	2,05	2,46	2,76	3,66
30	1,17	1,70	2,04	2,46	2,75	3,65
40	1,17	1,68	2,02	2,42	2,70	3,55
60	1,16	1,67	2,00	2,39	2,66	3,46
120	1,16	1,66	1,98	2,36	2,62	3,37
∞	1,15	1,64	1,96	2,33	2,58	3,29
	$\alpha \%$ من جانب واحد					
V	12,5	5	2,5	1	0,5	0,05

القيم الدرجة لتوزيع F عند مستوى 5%

درجات الحرية للمقام	درجات الحرية للبسط																		
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	253
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,66	5,80	5,77	5,7	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,12	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,66	2,63	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,56	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,46	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
30	4,17	3,31	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

القيم الحرجة لتوزيع χ^2

V	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$	$\alpha = 0,001$
1	2,71	3,841	6,635	10,827
2	4,61	5,991	9,210	13,815
3	7,78	9,488	13,277	16,268
4	7,78	9,488	13,277	18,465
5	9,24	11,070	15,080	20,517
6	10,6	12,592	16,812	22,457
7	12,0	14,067	18,475	24,322
8	13,4	15,507	20,000	26,125
9	14,7	16,919	21,666	27,877
10	16,0	18,307	23,209	29,588
11	17,3	19,675	24,725	31,264
12	18,5	21,026	26,217	32,909
13	19,8	22,362	27,688	34,528
14	21,1	23,685	29,141	36,123
15	22,3	24,996	30,578	37,697
16	23,5	26,296	32,000	39,252
17	24,8	27,587	33,409	40,790
18	26,0	28,869	34,805	42,315
19	27,2	30,144	36,191	43,820
20	28,4	31,410	37,566	45,315
21	29,6	32,671	38,932	46,797
22	30,8	33,924	40,289	48,268
23	32,0	35,172	41,638	49,728
24	33,2	36,415	42,980	51,179
25	34,4	37,337	44,314	52,620
26	35,6	38,885	45,642	54,052
27	36,7	40,113	46,963	55,476
28	37,9	41,337	48,278	56,893
29	39,1	42,557	49,588	58,302
30	40,3	43,773	50,892	59,703
40	51,8	55,8	63,7	73,4
50	63,2	67,5	76,2	86,7
60	74,4	79,1	88,4	99,6
70	85,5	90,5	100,4	112,3
80	96,6	101,9	112,3	124,8
90	107,6	113,1	124,1	137,2
100	118,5	124,3	135,8	149,4

قائمة المراجع

- 1 - **مسلم نيب الخياط،** تقييم تجربة التوقع الاقتصادي. مجلة النفط والتعاون العربي، المجلد التاسع، العدد الرابع، 1993. منظمة الأقطار العربية المصدرة للبترول الكويت.
- 2 - **GALANSKI M. M,** Prevision Economique, Naouka, Moscou, 1983.
- 3 - **سولف جماعي،** الكتاب العملي في التوقع، ميسل، موسكو، 1982، (بالروسية).
- 4 - **COLIN D.LEWIS,** Industrial and Business Forecasting Methods, Butterworthh, Scientific, GB. (Version Russe, Finance et Statistique, Moscou, 1986).
- 5 - **MAKRI DAKISS, WHEEL WRIGHT S.C,** Choi et valeur des méthodes de prévision. Les éditions d'organisation, Paris, 1974.
- 6 - **عز الدين جوني،** نظرية الإحصاء. ديوان المطبوعات الجامعية. الجزائر، 1984.
- 7 - **عصام عزيز شريف،** مقدمة في القياس الإقتصادي. ديوان المطبوعات الجامعة، الجزائر، 1979.

- 8 - R. LEWANDOWSKI, La prevision a court terme, Dunod
Paris, 1979.
- 9 - ف.ف. دينسكين،
أسس التوقع الإقتصادي في الصناعات الغذائية،
مطبعة الصناعات الخفيفة والغذائية، موسكو،
1984، (بالروسية).
- 10 - إبراهيم العيسوي،
القياس والتنبؤ في الاقتصاد. دار النهضة
العربية، القاهرة، الطبعة الأولى، 1978.
- 11 - شولبرف، أ.م.
كازلوف ف.س،
النظرية العامة للإحصاء. مطبعة المالية
والإحصاء، موسكو، 1985 (بالروسية).
- 12 - هجري الشوريجي،
الإقتصاد القياسي، النظرية والتطبيق، الدار
المصرية اللبنانية، الطبعة الأولى، القاهرة، 1994.
- 13 - سوكولوف ف.م،
النمذجة الإحصائية للمؤشرات الاقتصادية في
عمليات الإنتاج، ناروكا، نوفوسيبيرسك 1982،
(بالروسية).
- 14 - كراستين. أ.ب،
بناء وتفسير نماذج الارتباط في الاقتصاد،
زباتي، ريغا، 1983، (بالروسية).
- 15 - تشيتيركين،
الطرق الإحصائية للتوقع، الإحصاء، موسكو،
1975، (بالروسية).
- 16 - ERHARD FÖRSTER, Methoden der korrelations und
B.RÖNZ, Regressionsanalyse, verlag die
wirtschaft, Berlin, 1979.

17 - JOHNSTON,

Econometric methods, university of manchester, England (version Russe, statistika, 2ème édition, Moscou, 1980).

18 - عبد العزيز شرابي، دراسة إقتصادية وإحصائية حول الصناعات التحويلية بالجزائر، رسالة دكتوراه، أوديسا، 1987.

19 - س. د. بيشليف، الطرق الرياضية-الإحصائية لتقديرات الخبراء،

ستاتيسكا، موسكو، 1980 (بالروسية).

20 - ف. ن. موسينا، أسس التوقع الإقتصادي والإجتماعي، فيشايا

شكولا، موسكو، 1985 (بالروسية).

21- MICHAEL FIRTH,

Forecasting methods in Business and management. Edward Arnold, London 1977, England.

22 - عبد العزيز شرابي، الرياضيات الإقتصادية، المصفوفات. ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثانية، الجزائر، 1993.

23 - FORSTER F.G,
STUART A.

Distribution - Free Tests in Times Series Based on The Breaking of Records- "Journal of Royal statistical society" , SER B.L. V. XVI N°1, 1954.

- 24-LEONARD J. KAZMIER, Statistique de la gestion, Série
Schaum, Mc, Graw-Hill, 1982.
- 25 - N.DALKEY, La prevision a long terme par la
méthode delphi. Dunod, Paris, 1972.
- 26 - BROWN R. G, Statistical forecasting for inventory
control. New York. Mc, Graw- Hill,
1959.
- 27 - CHOW W. M, Adaptive control of the exponential
smoothing constant, journal of the
industrial engenering, 16, N°5,
314-1965.
- 28 - B. COUTROT, Les méthodes de prevision, P.U.F,
J.J. DROES BEKE, 2ème édition, Paris, 1990.
- 29 - كاراليف بي.ق، طريقة المربعات الصغرى في البحوث الإقتصادية
والإجتماعية، ستاتيستيكا، موسكو، 1980،
(بالروسية).
- 30 - EDWARD J. KANE, Econometric statistics, an introduction to
quantitative Economics (version russe),
statistika, Moscou, 1977.
- 31 - J. TINTNER, Introduction a l'econometrie, (version
russe), statistika, Moscou, 1965.

- 32 - أ.أ. فرنكل،
إنتاجية العمل : مشاكل النمذجة، إكونوميكا،
موسكو، 1984.
- 33 - وليد عبد الحي،
الدراسات المستقبلية في العلاقات الدولية،
الشهاب مطبعة باتنة، الجزائر، الطبعة الأولى،
1991 (بالروسية).
- 34 - دوهنيك سالفاتور،
الإحصاء والإقتصاد القياسي، سلسلة ملخصات
شوم، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر.
- 35 - ONS, Serie statistique N°31 Alger.
أزمة المديونية الخارجية للجزائر، دراسة تحليلية
ومستقبلية، بحث ألجز في إطار وحدة البحث
إفريقيا-العالم العربي، جامعة قسنطينة، 1995.
- 36 - شرابي عبد العزيز،
روابع عبد الباقي،

فهرس المحتويات

05	مقدمة
	الفصل الأول : بعض المفاهيم الأساسية في التوقع بالظواهر
09	الاقتصادية والاجتماعية
09	1 - 1 - المفاهيم الأساسية
09	1 - 1 - 1 - التقدير
11	1 - 1 - 2 - التوقع
11	1 - 1 - 3 - التنبؤ
12	1 - 1 - 4 - التخطيط
13	2 - 1 - تصنيف تقنيات التوقع
16	3 - 1 - إختيار تقنية التوقع
17	4 - 1 - تقييم تقنية التوقع
20	الفصل الثاني : السلاسل الزمنية
20	2 - 1 - مفهوم السلسلة الزمنية
20	2 - 2 - المؤشرات الأساسية للسلاسل الزمنية
23	2 - 2 - 1 - التغير المطلق
24	2 - 2 - 2 - معدل النمو
24	2 - 2 - 3 - معدل الزيادة
25	2 - 3 - المؤشرات الوسيطة للسلاسل الزمنية

26	2 - 3 - 1 - المستوى المتوسط للسلسلة الزمنية
28	2 - 3 - 2 - متوسط الزيادة المطلقة
29	2 - 3 - 3 - معدل النمو الوسطي
29	2 - 3 - 4 - معدل الزيادة الوسطي
30	2 - 4 - السلاسل الزمنية المستقرة وغير المستقرة
35	2 - 5 - تسوية السلاسل الزمنية
35	2 - 5 - 1 - تسوية السلاسل الزمنية بواسطة الأوساط المتحركة
39	2 - 5 - 2 - تسوية السلاسل الزمنية بواسطة معادلة الاتجاه
46	2 - 6 - التقلبات الموسمية في السلاسل الزمنية
52	الفصل الثالث : تقنيات التوقع بغترة زمنية واحدة
52	3 - 1 - التوقع باستخدام تقنية الأوساط المتحركة البسيطة
56	3 - 1 - 1 - مجالات استخدام تقنية الأوساط المتحركة البسيطة
56	3 - 1 - 2 - نقائص تقنية الأوساط المتحركة البسيطة
57	3 - 2 - التوقع باستخدام تقنية الأوساط المتحركة المرجحة
60	3 - 2 - 1 - مجالات استخدام تقنية الأوساط المتحركة المرجحة
61	3 - 2 - 2 - نقائص تقنية الأوساط المتحركة المرجحة
61	3 - 3 - التوقع باستخدام تقنية المسح الأسّي
68	3 - 3 - 1 - ملاحظات حول تقنية المسح الأسّي
70	3 - 3 - 2 - ملاحظات عامة حول تقنيات المسح

- 71 3 - 4 = تقنية التوقع باستخدام نماذج الإنحدار الذاتي
- 84 = تمارين
- 87 **الفصل الرابع : تقنيات التوقع بأكثر من فترة زمنية واحدة**
- 87 4 - 1 - التوقع باستخدام معادلة الاتجاه العام
- 104 4 - 2 - التوقع باستخدام نماذج الإنحدار والإرتباط
- 105 4 - 2 - 1 = التوقع باستخدام نموذج الإنحدار والإرتباط البسيط
- 106 4 - 2 - 1 - 1 = فرضيات نموذج الإنحدار البسيط
- 4 - 2 - 1 - 2 - خطوات بناء نموذج الإنحدار البسيط
- 106 واستخدامه في التوقع
- 4 - 2 - 1 - 3 - مشكلات بناء واستخدام نموذج الإنحدار
- 113 البسيط في التوقع
- 113 4 - 2 - 1 - 3 - 1 - الإرتباط الذاتي للبواقي
- 113 4 - 2 - 1 - 3 - 2 - مشكلة التباطؤ
- 127 4 - 2 - 2 - التوقع باستخدام نموذج الإنحدار والإرتباط المتعدد
- 128 4 - 2 - 2 - 1 - فرضيات نموذج الإنحدار المتعدد
- 129 4 - 2 - 2 - 2 - خطوات بناء واستخدام نموذج الإنحدار المتعدد في التوقع
- 142 4 - 2 - 2 - 3 - مشاكل بناء واستخدام نموذج الإنحدار المتعدد في التوقع
- 143 4 - 2 - 2 - 3 - 1 - الإرتباط الذاتي
- 145 4 - 2 - 2 - 3 - 2 - تعدد الإرتباطات

147	4 - 2 - 2 - 3 - التباين
157	4 - 3 - التنبؤ باستخدام تقديرات الخبراء
158	4 - 3 - 1 - خطوات استخدام تقديرات الخبراء في التنبؤ
166	- تمارين
171	- ملحق (جداول t , F و χ^2)
174	- قائمة المراجع
179	- فهرس المحتويات

الطبعة الأولى مطابع
بيوان المطبوعات الجامعية
الساحة المركزية - بن عكنون
الجزائر